

Teoria de Campos Avançada

1º Semestre 2011/2012

Está aqui uma descrição dos temas propostos. Deverá escrever um pequeno texto sobre o tema que escolher e fazer uma apresentação oral do mesmo perante os colegas numa sessão a organizar, na segunda semana de Fevereiro. A duração da apresentação oral será no máximo de 30 minutos.

IST, 9 de Janeiro de 2012
Jorge C. Romão

1 O Grupo de Renormalização e Teorias Unificadas

Objectivo: Calcular a evolução das constantes de acoplamento usando o grupo de renormalização no Modelo Standard e no MSSM. O aluno retrá de calcular explicitamente todas as constantes de renormalização relevantes.

Bibliografia:

- *Advanced Quantum Field Theory* , Jorge C. Romão, Capítulo 7.

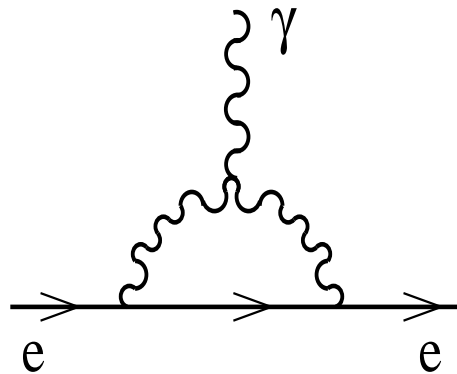
Aluno:

2 QED numa gauge não linear

Considere QED com a condição de gauge não linear

$$F = \partial_\mu A^\mu + \frac{\lambda}{2} A_\mu A^\mu .$$

1. Escreva \mathcal{L}_{eff} e mostre que $s\mathcal{L}_{eff} = 0$, onde s é o operador de Slavnov.
2. Escreva as regras de Feynman para os vértices e propagadores novos. Calcule ao nível árvore $\gamma + \gamma \rightarrow \gamma + \gamma$. Compare com o resultado na gauge linear.
3. Calcule a polarização do vácuo a $1-loop$.
4. Mostre que o diagrama da figura junta potencialmente perigoso para o momento magnético anômalo do electrão não dá contribuição (seria proporcional a λ).



Aluno:

3 Polarização do vácuo em QCD

Considere a teoria que descreve as interações dos quarks com os glúons (QCD) descrita pelo Lagrangeano

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_{\alpha=1}^n \bar{\psi}_i^\alpha (i\not{D} - m_\alpha)_{ij} \psi_j^\alpha$$

onde

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \\ (D_\mu)_{ij} &= \delta_{ij} \partial_\mu - ig \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} A_\mu^a . \end{aligned}$$

O índice $\alpha = 1, 2, \dots, n$ referencia os diferentes sabores de quarks (*up, down, ..., top*). Para quantificar a teoria considere a condição de gauge

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^{\mu a})^2 ,$$

para a qual resulta o Lagrangeano dos fantasmas

$$\mathcal{L}_G = \partial_\mu \bar{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + g f^{abc} \partial^\mu \bar{\omega}^a A_\mu^b \omega^c$$

Para renormalizar a teoria necessitamos do seguinte Lagrangeano de contratermos:

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}(Z_3 - 1) (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)^2 - (Z_4 - 1) g f^{abc} \partial_\mu A_\nu^a A^{\mu b} A^{\nu c} \\ &\quad - \frac{1}{4} g^2 (Z_5 - 1) f^{abc} f^{ade} A_\mu^b A_\nu^c A^{\mu d} A^{\nu e} + \sum_\alpha (Z_2 - 1) i \bar{\psi}_i^\alpha \gamma^\mu \partial_\mu \psi_i^\alpha \\ &\quad - \sum_\alpha m_\alpha (Z_{m_\alpha} - 1) \bar{\psi}_i^\alpha \psi_i^\alpha + (Z_1 - 1) g \sum_\alpha \bar{\psi}_i^\alpha \gamma^\mu \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} \psi_j^\alpha A_\mu^a \\ &\quad + (Z_6 - 1) \partial_\mu \bar{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + (Z_7 - 1) g f^{abc} \partial^\mu \bar{\omega}^a A_\mu^b \omega^c . \end{aligned}$$

1. Verifique a expressão para \mathcal{L}_G .
2. Verifique as regras de Feynman dadas no livro.
3. Calcule a polarização do vácuo.

Aluno:

4 Renormalização da Cromodinâmica Quântica (QCD)

Considere a teoria que descreve as interações dos quarks com os gluões (QCD) descrita pelo Lagrangeano

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_{\alpha=1}^n \bar{\psi}_i^\alpha (i\not{D} - m_\alpha)_{ij} \psi_j^\alpha$$

onde

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \\ (D_\mu)_{ij} &= \delta_{ij} \partial_\mu - ig \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} A_\mu^a . \end{aligned}$$

O índice $\alpha = 1, 2, \dots, n$ referencia os diferentes sabores de quarks (*up, down, ..., top*). Para quantificar a teoria considere a condição de gauge

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^{\mu a})^2 ,$$

para a qual resulta o Lagrangeano dos fantasmas

$$\mathcal{L}_G = \partial_\mu \bar{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + g f^{abc} \partial^\mu \bar{\omega}^a A_\mu^b \omega^c .$$

Para renormalizar a teoria necessitamos do seguinte Lagrangeano de contratermos:

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L} &= -\frac{1}{4}(Z_3 - 1) (\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a)^2 - (Z_4 - 1) g f^{abc} \partial_\mu A_\nu^a A^{\mu b} A^{\nu c} \\ &\quad - \frac{1}{4} g^2 (Z_5 - 1) f^{abc} f^{ade} A_\mu^b A_\nu^c A^{\mu d} A^{\nu e} + \sum_\alpha (Z_2 - 1) i \bar{\psi}_i^\alpha \gamma^\mu \partial_\mu \psi_i^\alpha \\ &\quad - \sum_\alpha m_\alpha (Z_{m_\alpha} - 1) \bar{\psi}_i^\alpha \psi_i^\alpha + (Z_1 - 1) g \sum_\alpha \bar{\psi}_i^\alpha \gamma^\mu \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} \psi_j^\alpha A_\mu^a \\ &\quad + (Z_6 - 1) \partial_\mu \bar{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + (Z_7 - 1) g f^{abc} \partial^\mu \bar{\omega}^a A_\mu^b \omega^c . \end{aligned}$$

1. Mostre que se devem verificar as relações

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} = \frac{Z_7}{Z_6} = \frac{\sqrt{Z_5}}{\sqrt{Z_3}}$$

2. Calcule Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_6 e Z_7 usando subtração mínima (MS), isto é calcule só a parte divergente dos diagramas. Verifique explicitamente que $Z_1 Z_6 = Z_2 Z_7$.
3. Calcule a contribuição dos fermiões para Z_4 e Z_5 . Mostre que estão de acordo com as relações anteriores.

Aluno:

5 Renormalização da Electrodinâmica Escalar

Considere a Electrodinâmica Escalar, isto é a teoria da interacção de fótons com partículas escalares carregadas.

1. Escreva o Lagrangeano para esta teoria.
2. Deduza as regras de Feynman.
3. Identifique os diagramas divergentes.
4. Faça a renormalização das auto energias do fóton e da partícula carregada.

Aluno:

6 Renormalização de QED Supersimétrica

Considere a QED supersimétrica, isto é a teoria da interacção de fótons com electrões e dos seus parceiros supersimétricos, fotino e selectrões.

1. Escreva o Lagrangeano para esta teoria.
2. Deduza as regras de Feynman.
3. Identifique os diagramas divergentes.
4. Calcule a auto energia do selectrão e mostre que as divergências quadráticas cancelam.

Aluno:

7 Renormalização do Modelo de Wess-Zumino

Considere o modelo de Wess e Zumino descrito pelo Lagrangiano seguinte

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2}\partial_\mu A\partial^\mu A + \frac{1}{2}\partial_\mu B\partial^\mu B + \frac{i}{2}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \frac{1}{2}m^2A^2 - \frac{1}{2}m^2B^2 - \frac{1}{2}m\bar{\psi}\psi \\ & - \frac{\lambda^2}{4}(A^2 + B^2)^2 - \frac{m\lambda}{\sqrt{2}}A(A^2 + B^2) - \frac{\lambda}{\sqrt{2}}A\bar{\psi}\psi + \frac{i\lambda}{\sqrt{2}}B\bar{\psi}\gamma_5\psi \end{aligned} \quad (1)$$

onde o fermião ψ é uma partícula de Majorana e A e B são campos escalares reais.

1. Deduza as regras de Feynman (não esquecer que o fermião é de Majorana).
2. Identifique os diagramas divergentes.
3. Calcule a auto energia do campo escalar e mostre que as divergências quadráticas cancelam.
4. Para renormalizar o modelo é necessário um lagrangeano de contratermos da forma geral

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L} = & \frac{1}{2}\delta Z_A\partial_\mu A\partial^\mu A + \frac{1}{2}\delta Z_B\partial_\mu B\partial^\mu B + \frac{i}{2}\delta Z_\psi\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \\ & - \frac{1}{2}m^2(2\delta Z_m + \delta Z_A)A^2 - \frac{1}{2}m^2(2\delta Z_m + \delta Z_B)B^2 - \frac{1}{2}m(\delta Z_m + \delta Z_\psi)\bar{\psi}\psi \\ & - \frac{\lambda^2}{4}(2\delta Z_\lambda + 2\delta Z_A)A^4 - \frac{\lambda^2}{4}(2\delta Z_\lambda + 2\delta Z_B)B^4 \\ & - 2\frac{\lambda^2}{4}(2\delta Z_\lambda + \delta Z_A + \delta Z_B)A^2B^2 \\ & - \frac{m\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_m + \delta Z_\lambda + \frac{3}{2}\delta Z_A)A^3 - \frac{m\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_m + \delta Z_\lambda + \frac{1}{2}\delta Z_A + \delta Z_B)AB^2 \\ & - \frac{\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_\lambda + \frac{1}{2}\delta Z_A + \delta Z_\psi)A\bar{\psi}\psi + \frac{i\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_\lambda + \frac{1}{2}\delta Z_B + \delta Z_\psi)B\bar{\psi}\gamma_5\psi \end{aligned}$$

Mostre que as 6 constantes de renormalização estão todas relacionadas, só há uma independente, uma renormalização da função de onda. Para isso calcule todas as constantes em MS (subtração mínima).

Aluno:

8 Identidades de Ward para QED

As identidades de Ward para QED não têm a forma

$$J_i F_i \left[\frac{\partial}{i\partial J} \right] Z(J) = 0 \quad (2)$$

onde $\delta\phi_i = F_i[\phi]$ pois

$$S_{GF} = \int d^4x \left(-\frac{1}{2\xi} (\partial \cdot A)^2 \right) \quad (3)$$

não é invariante para transformações de gauge. Introduza o funcional

$$Z'(J_\mu, \eta, \bar{\eta}) = \int \mathcal{D}(A_\mu, \psi, \bar{\psi}, \omega, \bar{\omega}) e^{i \int d^4x (\mathcal{L}_{eff} + J^\mu A_\mu + \bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta)} \quad (4)$$

onde

$$\mathcal{L}_{eff} = \mathcal{L}_{QED} + \mathcal{L}_{GF} + \mathcal{L}_G \quad (5)$$

e

$$\mathcal{L}_G = -\bar{\omega}\square\omega . \quad (6)$$

onde ω e $\bar{\omega}$ são campos escalares anticomutativos.

a) Mostre que

$$Z'(J_\mu, \eta, \bar{\eta}) = \mathcal{N} Z(J_\mu, \eta, \bar{\eta}) \quad (7)$$

onde \mathcal{N} não depende das fontes nem dos campos. Explique porque é que esta renormalização (infinita) não afecta o cálculo das funções de Green. Assim tanto Z como Z' servem para o cálculo destas. ßb) Mostre que a medida $\mathcal{D}(A_\mu, \psi, \bar{\psi}, \omega, \bar{\omega})$ e $\int d^4x \mathcal{L}_{eff}$ são invariantes para a transformação

$$\begin{aligned} \delta\psi &= -ie\omega\theta\psi & \delta\bar{\psi} &= ie\bar{\psi}\omega\theta \\ \delta A_\mu &= \partial_\mu\omega\theta \\ \delta\bar{\omega} &= \frac{1}{\xi}(\partial \cdot A)\theta & \delta\omega &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

onde θ é um parâmetro anticomutativo constante (variável de Grassman). ßc) Introduza fontes anticomutativas para os campos ω e $\bar{\omega}$, isto é

$$\bar{Z}(J_\mu, \eta, \bar{\eta}, \zeta, \bar{\zeta}) = \int \mathcal{D}(A_\mu, \psi, \bar{\psi}, \omega, \bar{\omega}) e^{i \int d^4x (\mathcal{L}_{eff} + J^\mu A_\mu + \bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta + \bar{\omega}\zeta + \bar{\zeta}\omega)} \quad (9)$$

Mostre que

$$\bar{Z}(J_\mu, \eta, \bar{\eta}, \zeta, \bar{\zeta}) = Z_G(\zeta, \bar{\zeta}) Z(J_\mu, \eta, \bar{\eta}) \quad (10)$$

onde

$$Z(J_\mu, \eta, \bar{\eta}) = \int \mathcal{D}(A_\mu, \psi, \bar{\psi}) e^{i \int d^4x (\mathcal{L}_{QED} + \mathcal{L}_{GF} + J^\mu A_\mu + \bar{\eta}\psi + \bar{\psi}\eta)} . \quad (11)$$

Considere os funcionais \overline{W} , W_G e W e ainda $\overline{\Gamma}$, Γ_G e Γ definidos de maneira semelhante. Qual a relação entre \overline{W} , W_G e W e entre $\overline{\Gamma}$, Γ_G e Γ . βd) Mostre que a equação de Dyson Schwinger para os campos ω e $\overline{\omega}$ é

$$\frac{\delta \overline{\Gamma}}{\delta \overline{\omega}} = -\square \omega . \quad (12)$$

βe) Mostre que as identidades de Ward se podem agora escrever na forma

$$J_i F_i \left[\frac{\delta}{i \delta J} \right] \overline{Z} = 0 . \quad (13)$$

Escreva as identidades de Ward para $\overline{\Gamma}(A_\mu, \psi, \overline{\psi}, \omega, \overline{\omega})$. Mostre que conduzem aos resultados conhecidos βf) Mostre que um termo de massa para o fóton, embora quebre a simetria de gauge, não estraga as identidades de Ward desde que os fantasmas ω adquiram massa. Se o termo de massa do fóton for $\frac{1}{2} \mu^2 A_\mu A^\mu$ qual a massa dos fantasmas?

Aluno: