Teoria de Campos Avançada
1^{o} Semestre 2007/2008

Escolha **um** dos temas a seguir propostos. Deverá escrever um pequeno texto sobre o tema que escolher e fazer uma apresentação oral do mesmo perante os colegas numa sessão a organizar em finais de Fevereiro em data a combinar. A duração da apresentação oral será no máximo de 30 minutos.

IST, 15 de Fevereiro de 2008
Jorge C. Romão

1 Renormalização em Modelos "Little Higgs"

Objectivo: Calcular a renormalização da massa do bosão de Higgs no Modelo Standard e comparar com o que se obtém em modelos de *Littel Higgs*

Bibliografia:

- *The Simplest Little Higgs*, Martin Schmaltz, JHEP08 (2004), 056.
- *Little Higgs Review*, Martin Schmaltz and David Tucker-Smith. hep-ph/0502182.

Aluno: Hugo Seródio

2 O Grupo de Renormalização e Teorias Uniicadas

Objectivo: Calcular a evolução das constantes de acoplamento usando o grupo de renormalização no Modelo Standard e no MSSM.

Bibliografia:

- *Advanced Quantum Field Theory* , Jorge C. Romão, Capítulo 7.

Aluna: Catarina Simões

3 QED numa gauge não linear

Considere QED com a condição de gauge não linear

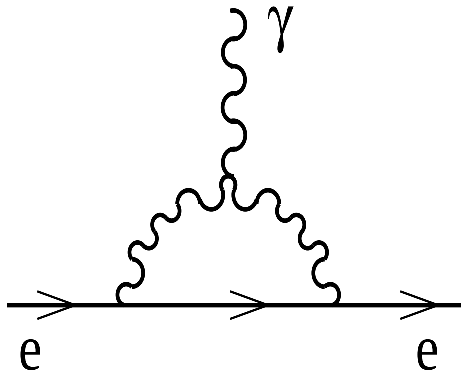
$$F = \partial_\mu A^\mu + \frac{\lambda}{2}\, A_\mu A^\mu \ .$$

1. Escreva $\mathcal{L}_{eff}$ e mostre que $s\mathcal{L}_{eff} = 0$, onde s é o operador de Slavnov.

2. Escreva as regras de Feynman para os vértices e propagadores novos. Calcule ao nível árvore $\gamma + \gamma \to \gamma + \gamma$. Compare com o resultado na gauge linear.

3. Calcule a polarização do vácuo a *1-loop*.

4. Mostre que o diagrama da figura junta potencialmente perigoso para o momento magnético anómalo do electrão não dá contribuição (seria proporcional a λ).



4 Polarização do vácuo em QCD

Considere a teoria que descreve as interacções dos quarks com os gluões (QCD) descrita pelo Lagrangeano

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{\mu\nu a} + \sum_{\alpha=1}^{n} \overline{\psi}^\alpha_i (i \not{D} - m_\alpha)_{ij} \psi^\alpha_j$$

onde

$$\begin{aligned} F^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \\ (D_\mu)_{ij} &= \delta_{ij} \partial_\mu - ig \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} A^a_\mu \ . \end{aligned}$$

O índice $\alpha = 1, 2, \ldots, n$ referencia os diferentes *sabores* de quarks (*up*,*down*,...,*top*). Para quantificar a teoria considere a condição de gauge

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi} \ (\partial_\mu A^{\mu a})^2 \ ,$$

para a qual resulta o Lagrangeano dos fantasmas

$$\mathcal{L}_G = \partial_\mu \overline{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + g f^{abc} \partial^\mu \overline{\omega}^a A^b_\mu \omega^c$$

Para renormalizar a teoria necessitamos do seguinte Lagrangeano de contratermos:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{L} \ = \ & -\frac{1}{4}(Z_3 - 1) \left(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu \right)^2 - (Z_4 - 1) g f^{abc} \partial_\mu A^a_\nu A^{\mu b} A^{\nu c} \\ & -\frac{1}{4} g^2 (Z_5 - 1) f^{abc} f^{ade} A^b_\mu A^c_\nu A^{\mu d} A^{\nu e} + \sum_\alpha (Z_2 - 1) i \overline{\psi}^\alpha_i \gamma^\mu \partial_\mu \psi^\alpha_i \\ & - \sum_\alpha m_\alpha (Z_{m_\alpha} - 1) \overline{\psi}^\alpha_i \psi^\alpha_i + (Z_1 - 1) g \sum_\alpha \overline{\psi}^\alpha_i \gamma^\mu \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} \psi^\alpha_j A^a_\mu \\ & + (Z_6 - 1) \partial_\mu \overline{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + (Z_7 - 1) g f^{abc} \partial^\mu \overline{\omega}^a A^b_\mu \omega^c \ . \end{aligned}$$

1. Verifique a expressão para $\mathcal{L}_G$.
2. Verifique as regras de Feynman dadas no livro.
3. Calcule a polarização do vácuo.

5 Renormalização da Cromodinâmica Quântica (QCD)

Considere a teoria que descreve as interacções dos quarks com os gluões (QCD) descrita pelo Lagrangeano

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{\mu\nu a} + \sum_{\alpha=1}^{n} \overline{\psi}^\alpha_i (i \not{D} - m_\alpha)_{ij} \psi^\alpha_j$$

onde

$$\begin{aligned} F^a_{\mu\nu} &= \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu \\ (D_\mu)_{ij} &= \delta_{ij} \partial_\mu - ig \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} A^a_\mu \ . \end{aligned}$$

O índice $\alpha = 1, 2, \ldots, n$ referencia os diferentes *sabores* de quarks (*up,down,...,top*). Para quantificar a teoria considere a condição de gauge

$$\mathcal{L}_{GF} = -\frac{1}{2\xi} \ (\partial_\mu A^{\mu a})^2 \ ,$$

para a qual resulta o Lagrangeano dos fantasmas

$$\mathcal{L}_G = \partial_\mu \overline{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + g f^{abc} \partial^\mu \overline{\omega}^a A^b_\mu \omega^c \ .$$

Para renormalizar a teoria necessitamos do seguinte Lagrangeano de contratermos:

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L} \ = \ & -\frac{1}{4}(Z_3 - 1) \left(\partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu \right)^2 - (Z_4 - 1) g f^{abc} \partial_\mu A^a_\nu A^{\mu b} A^{\nu c} \\ & -\frac{1}{4} g^2 (Z_5 - 1) f^{abc} f^{ade} A^b_\mu A^c_\nu A^{\mu d} A^{\nu e} + \sum_\alpha (Z_2 - 1) i \overline{\psi}^\alpha_i \gamma^\mu \partial_\mu \psi^\alpha_i \\ & -\sum_\alpha m_\alpha (Z_{m_\alpha} - 1) \overline{\psi}^\alpha_i \psi^\alpha_i + (Z_1 - 1) g \sum_\alpha \overline{\psi}^\alpha_i \gamma^\mu \left(\frac{\lambda^a}{2} \right)_{ij} \psi^\alpha_j A^a_\mu \\ & + (Z_6 - 1) \partial_\mu \overline{\omega}^a \partial^\mu \omega^a + (Z_7 - 1) g f^{abc} \partial^\mu \overline{\omega}^a A^b_\mu \omega^c \ . \end{aligned}$$

1. Mostre que se devem verificar as relações

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_4}{Z_3} = \frac{Z_7}{Z_6} = \frac{\sqrt{Z_5}}{\sqrt{Z_3}}$$

2. Calcule Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_6 e Z_7 usando subtracção mínima (MS), isto é calcule só a parte divergente dos diagramas. Verifique explicitamente que $Z_1 Z_6 = Z_2 Z_7$.

3. Calcule a contribuição dos fermiões para Z_4 e Z_5. Mostre que estão de acordo com as relações anteriores.

6 Renormalização da Electrodinâmica Escalar

Considere a Electrodinâmica Escalar, isto é a teoria da interacção de fotões com partículas escalares carregadas.

1. Escreva o Lagrangeano para esta teoria.
2. Deduza as regras de Feynman.
3. Identifique os diagramas divergentes.
4. Faça a renormalização das auto energias do fotão e da partícula carregada.

7 Renormalização de QED Supersimétrica

Considere a QED supersimétrica, isto é a teoria da interacção de fotões com electrões e dos seus parceiros supersimétricos, fotino e selectrões.

1. Escreva o Lagrangeano para esta teoria.
2. Deduza as regras de Feynman.
3. Identifique os diagramas divergentes.
4. Calcule a auto energia do selectrão e mostre que as divergências quadráticas cancelam.

8 Renormalização do Modelo de Wess-Zumino

Considere o modelo de Wess e Zumino descrito pelo Lagrangiano seguinte

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L} \;=\;& \tfrac{1}{2}\partial_\mu A \partial^\mu A + \tfrac{1}{2}\partial_\mu B \partial^\mu B + \frac{i}{2}\overline{\psi}\gamma^\mu\,\partial_\mu \psi - \tfrac{1}{2}m^2 A^2 - \tfrac{1}{2}m^2 B^2 - \tfrac{1}{2}m\overline{\psi}\psi \\
& -\frac{\lambda^2}{4}\left(A^2+B^2\right)^2 - \frac{m\lambda}{\sqrt{2}}A\left(A^2+B^2\right) - \frac{\lambda}{\sqrt{2}}A\overline{\psi}\psi + \frac{i\lambda}{\sqrt{2}}B\overline{\psi}\gamma_5\psi \qquad (1)
\end{aligned}
$$

onde o fermião ψ é uma partícula de Majorana e A e B são campos escalares reais.

1. Deduza as regras de Feynman (não esquecer que o fermião é de Majorana).
2. Identifique os diagramas divergentes.
3. Calcule a auto energia do campo escalar e mostre que as divergências quadráticas cancelam.
4. Para renormalizar o modelo é necessário um lagrangeano de contratermos da forma geral

$$
\begin{aligned}
\Delta\mathcal{L} \;=\;& \frac{1}{2}\delta Z_A \partial_\mu A \partial^\mu A + \frac{1}{2}\delta Z_B \partial_\mu B \partial^\mu B + \frac{i}{2}\delta Z_\psi \overline{\psi}\gamma^\mu\,\partial_\mu\psi \\
& -\frac{1}{2}m^2(2\delta Z_m + \delta Z_A)A^2 - \frac{1}{2}m^2(2\delta Z_m + \delta Z_B)B^2 - \frac{1}{2}m(\delta Z_m + \delta Z_\psi)\overline{\psi}\psi \\
& -\frac{\lambda^2}{4}(2\delta Z_\lambda + 2\delta Z_A)A^4 - \frac{\lambda^2}{4}(2\delta Z_\lambda + 2\delta Z_B)B^4 \\
& -2\frac{\lambda^2}{4}(2\delta Z_\lambda + \delta Z_A + \delta Z_B)A^2B^2 \\
& -\frac{m\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_m + \delta Z_\lambda + \frac{3}{2}\delta Z_A)A^3 - \frac{m\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_m + \delta Z_\lambda + \frac{1}{2}\delta Z_A + \delta Z_B)AB^2 \\
& -\frac{\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_\lambda + \frac{1}{2}\delta Z_A + \delta Z_\psi)A\overline{\psi}\psi + \frac{i\lambda}{\sqrt{2}}(\delta Z_\lambda + \frac{1}{2}\delta Z_B + \delta Z_\psi)B\overline{\psi}\gamma_5\psi
\end{aligned}
$$

   Mostre que as 6 constantes de renormalização estão todas relacionadas, só há uma independente, uma renormalização da função de onda. Para isso calcule todas as constantes em MS (subtração mínima).