



2º Exame: 30 de Junho de 2016 – 18h30

Duração: 2h30

I (3 valores)

- a) O acelerador LEP, que funcionou no CERN em Geneve a partir de 1989 fazia colidir um feixe de eletrões com um feixe de positrões ambos com a mesma energia. Inicialmente $\sqrt{s} = 91 \text{ GeV} \approx m_Z$. Quando terminou em 2000 atingiu a energia máxima de $\sqrt{s} = 209 \text{ GeV}$. Diga qual o processo privilegiado para descobrir o bosão de Higgs neste acelerador. Sabendo que $m_H = 125 \text{ GeV}$ determine a quantos GeV ficámos de descobrir o Higgs no LEP (despreze as eficiências experimentais).
- b) Expanda na base $I, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu \gamma_5, \gamma_5$ o seguinte produto de matrizes γ

$$T^{\mu\nu} = \gamma_\alpha \gamma^\mu \gamma^\nu \gamma_5 \gamma^\alpha$$

II (3 valores)

Desenhe os diagramas de Feynman para os processos seguintes no Modelo Standard:

- a) $e^+ + e^- \rightarrow H + Z + Z$ b) $u + \bar{d} \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \gamma$ c) $d + \bar{u} \rightarrow W^- + Z$

Não calcule nada, desenhe só os diagramas. Despreze o acoplamento do Higgs com os leptões e quarks.

III (5 valores)

Considere o processo $\bar{\nu}_\mu(p_1) + u(p_2) \rightarrow \bar{\nu}_\mu(p_3) + u(p_4)$ no Modelo Standard

- a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem em ordem mais baixa.
- b) Escreva a amplitude para o processo
- c) Desprezando as massas dos fermiões e considerando que a energia no referencial do centro de massa $\sqrt{s} \ll M_Z, M_W$ determine a secção eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ nesse referencial, usando a técnica dos traços.
- d) Mostre que a secção eficaz total pode ser escrita, nessa aproximação, como

$$\sigma = \frac{\lambda}{\pi} G_F^2 s$$

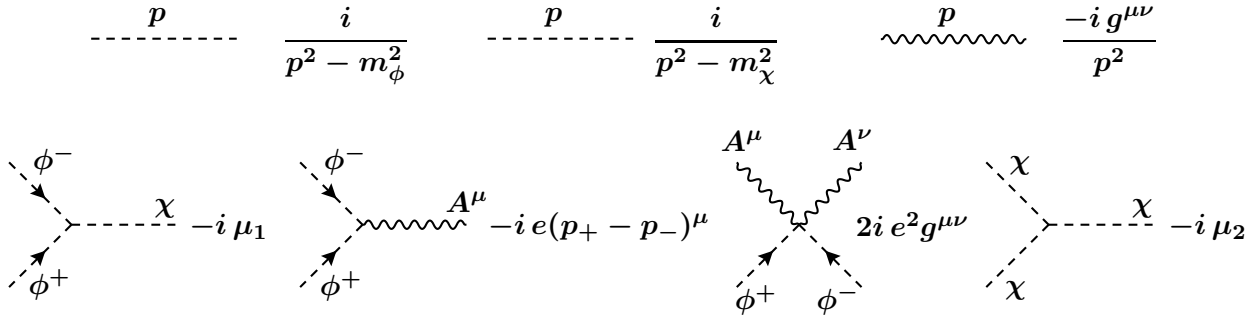
Determine λ .

- e) A secção eficaz do processo $\nu_\mu(p_1) + u(p_2) \rightarrow \nu_\mu(p_3) + u(p_4)$ será igual? Justifique a resposta.

Para os dois problemas seguintes considere a teoria descrita pelo Lagrangiano

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + [(\partial_\mu - ieA_\mu) \phi^-] [(\partial^\mu + ieA^\mu) \phi^+] + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - \frac{1}{2} m_\chi^2 \chi^2 - m_\phi^2 \phi^+ \phi^- - \mu_1 \phi^+ \phi^- \chi - \frac{\mu_2}{3!} \chi^3$$

onde χ é um campo de spin 0 neutro, ϕ^\pm é um campo de spin 0 carregado, e A^μ é o fóton. A constante e é a carga do próton (adimensional) e μ_1, μ_2 têm as dimensões duma massa no sistema de unidades $\hbar = c = 1$. A teoria tem os seguintes propagadores e vértices:



IV (5 valores)

Considere o processo $\phi^+(p_1) + \phi^-(p_2) \rightarrow \gamma(k_1) + \gamma(k_2)$ no modelo acima descrito.

- Desenhe o(s) diagrama(s) e escreva a expressão para a amplitude em ordem mais baixa de teoria de perturbações.
- Mostre a invariância de gauge da amplitude, isto é, se escrevermos $\mathcal{M} \equiv \epsilon^{*\mu}(k_1) \epsilon^{*\nu}(k_2) \mathcal{M}_{\mu\nu}$ onde k_1 e k_2 são os 4-momentos dos fótons, então devemos ter $k_1^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = k_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$. **Nota:** Todas as partículas estão *on-shell*. Basta mostrar para um caso.

V (4 valores)

Considere as correcções a um *loop* no modelo descrito acima. Em todas as respostas considere só diagramas irreduzíveis de uma partícula

- Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto-energia do campo χ um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice $\phi^+\phi^-\chi$ a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice $\gamma\gamma\chi$ a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- Será a teoria renormalizável? Justifique cuidadosamente a resposta.

Algumas expressões úteis

- No referencial CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{p}_{\text{CM}}|}{m^2} \overline{|M|^2}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_{3\text{CM}}|}{|\vec{p}_{1\text{CM}}|} \overline{|M|^2}$$

para um decaimento e para o processo $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$, respectivamente.

- $\text{Tr}[\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\gamma_5] = -4i \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} a_\alpha b_\beta c_\gamma d_\delta$, $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu\nu\gamma\delta} = -2g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} + 2g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}$
- No Modelo Standard $M_W = M_Z \cos \theta_W$, $g_V^f = \frac{1}{2} T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W$, $g_A^f = \frac{1}{2} T_3^f$ e $G_F = \sqrt{2} g^2 / (8M_W^2)$.
- Algumas constantes: $m_Z = 91.19 \text{ GeV}$, $\Gamma_Z = 2.495 \text{ GeV}$, $G_F = 1.1664 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$, $\sin^2 \theta_W = 0.23$, $m_H = 125 \text{ GeV}$, $\hbar c = 197.327 \text{ MeVfermi}$.
- Algumas interações

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} \psi_{u,d} \\ \nearrow \\ W_\mu^\pm \\ \searrow \\ \psi_{d,u} \end{array} & -i \frac{g}{\sqrt{2}} \gamma_\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} & \begin{array}{c} \psi_f \\ \nearrow \\ Z_\mu \\ \searrow \\ \psi_f \end{array} \\
 & & -i \frac{g}{\cos \theta_W} \gamma_\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \\
 & & \begin{array}{c} \psi_f \\ \nearrow \\ A_\mu \\ \searrow \\ \psi_f \end{array} \\
 & & -ie Q_f \gamma_\mu
 \end{array}$$

$$\begin{array}{c}
 W_\alpha^- \\
 \nearrow \\
 p_- \\
 \searrow \\
 p_+ \\
 \nearrow \\
 W_\beta^+
 \end{array}
 \begin{array}{c}
 \leftarrow k \\
 A_\mu \\
 -ie [g_{\alpha\beta}(p_- - p_+)_\mu + g_{\beta\mu}(p_+ - k)_\alpha + g_{\mu\alpha}(k - p_-)_\beta]
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{array}{c} f \\ \nearrow \\ H \\ \searrow \\ f \end{array} & -i \frac{g}{2} \frac{m_f}{M_W} & \begin{array}{c} W_\mu^+ \\ \nearrow \\ H \\ \searrow \\ W_\nu^- \end{array} \\
 & & ig M_W g_{\mu\nu} \\
 & & \begin{array}{c} Z_\mu \\ \nearrow \\ H \\ \searrow \\ Z_\nu \end{array} \\
 & & i \frac{g}{\cos \theta_W} M_Z g_{\mu\nu}
 \end{array}$$