



2º Exame: 3 de Julho de 2015 – 18h30

Duração: 2h30

I (3 valores)

a) O acelerador HERA, que funcionou no DESY em Hamburg a partir de 1991, fazia colidir um feixe de prótons com energia $E_p = 920 \text{ GeV}$, com um feixe de electrões de $E_e = 27.5 \text{ GeV}$. Calcule a energia do feixe de electrões que seria necessária para se ter a mesma energia no centro de massa, se os prótons estivessem em repouso (experiência de alvo fixo). $m_p = 938.3 \text{ MeV}$, $m_e = 0.511 \text{ MeV}$.

b) Mostre que se tem

$$i \sigma^{\mu\nu} = \gamma^\nu \gamma^\mu - g^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} - \gamma^\mu \gamma^\nu .$$

Use este resultado para provar a identidade de Gordon para um spinor de massa m ,

$$\bar{u}(p_1) \gamma^\mu u(p_2) = \frac{1}{2m} \bar{u}(p_1) [(p_1 + p_2)^\mu + i \sigma^{\mu\nu} (p_1 - p_2)_\nu] u(p_2)$$

II (3 valores)

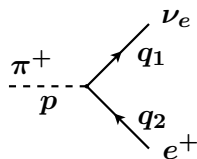
Desenhe os diagramas de Feynman para os processos seguintes no Modelo Standard:

a) $e^+ + e^- \rightarrow H + \nu_e + \bar{\nu}_e$ b) $e^+ + \nu_e \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu + \gamma$ c) $u + \bar{d} \rightarrow e^+ + \nu_e + H$

Não calcule nada, desenhe só os diagramas. Despreze o acoplamento do Higgs com os leptões e quarks.

III (5 valores)

Embora o mesão π (pião) seja uma partícula composta (de quarks) para muitos efeitos é uma boa aproximação tratá-lo como partícula pontual com uma interacção efectiva. Assim o vértice responsável pelo processo $\pi^+ \rightarrow e^+ + \nu_e$ é



$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ud} f_\pi \gamma^\mu (1 - \gamma_5) p_\mu$$

a) Escreva a amplitude para o processo.

b) Escreva uma expressão para a razão R dada por

$$R = \frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} \tag{1}$$

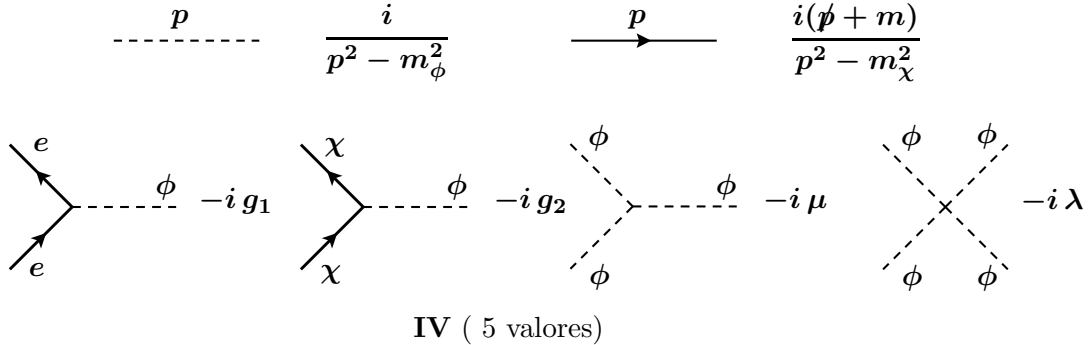
em função de m_e , m_μ e m_π . Compare com o valor experimental, $R_{\text{exp}} = 1.23 \times 10^{-4}$. Porque é que este número é tão pequeno?

c) Sabendo que o tempo de vida média do π^+ é $\tau_\pi = 2.6 \times 10^{-8} \text{ s}$ e que $V_{ud} = 0.974$, determine f_π . $m_{\pi^+} = 139.57 \text{ MeV}$, $m_e = 0.511 \text{ MeV}$, $m_\mu = 105.66 \text{ MeV}$

Para os dois problemas seguintes considere a teoria descrita pelo Lagrangiano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - \frac{1}{2} m_\phi^2 \phi^2 + i \bar{\chi} \gamma^\mu \partial_\mu \chi - m_\chi \bar{\chi} \chi - g_1 \bar{\psi} \psi \phi - g_2 \bar{\chi} \chi \phi - \frac{\mu}{3!} \phi^3 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

onde ϕ é um campo de spin 0 neutro, χ é um campo de spin 1/2 neutro, e ψ é o electrão. As constantes g_1, g_2, λ são adimensionais no sistema de unidades $\hbar = c = 1$ e μ tem as dimensões duma massa. Para além de QED a teoria tem os seguintes propagadores e vértices adicionais:



Considere o processo $e^+(p_1) + \chi(p_2) \rightarrow e^+(q_1) + \chi(q_2) + \gamma(k)$ no modelo acima descrito.

- Desenhe os diagramas e escreva a expressão para a amplitude em ordem mais baixa de teoria de perturbações.
- Mostre a invariância de gauge da amplitude, isto é, se escrevermos $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k) \mathcal{M}_\mu$ onde k é o 4-momento do fóton, então devemos ter $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$.

V (4 valores)

Considere as correcções a um *loop* no modelo descrito acima. Em todas as respostas considere só diagramas irreduzíveis de uma partícula

- Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto-energia do campo ϕ um *loop*.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice $\bar{\chi} \chi \phi$ a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a correcção do vértice $\gamma \phi \phi$ a um *loop*. Discuta o grau superficial de divergência.
- Será a teoria renormalizável? Justifique cuidadosamente a resposta.

Algumas expressões úteis

- No referencial CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{p}_{\text{CM}}|}{m^2} |\overline{M}|^2, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_{3\text{CM}}|}{|\vec{p}_{1\text{CM}}|} |\overline{M}|^2$$

para um decaimento e para o processo $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$, respectivamente.

- $\text{Tr}[\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\gamma_5] = -4i \epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} a_\alpha b_\beta c_\gamma d_\delta, \quad \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \epsilon_{\mu\nu\gamma\delta} = -2g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} + 2g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}$
- No Modelo Standard $M_W = M_Z \cos \theta_W, \quad g_V^f = \frac{1}{2} T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W, \quad g_A^f = \frac{1}{2} T_3^f$ e $G_F = \sqrt{2} g^2 / (8M_W^2)$.

