Teoria do Campo – Série 2

Curso de Engenharia Física Tecnológica – 2012/2013

`Entregar até 10/5/2013`

`Versão de 12/04/2013`

2.1 Partindo da definição

$$S_{fi} = \lim_{t \to \varepsilon_f \infty} \int d^3x \; \psi_f^\dagger(x) \Psi_i(x)$$

obtenha a expressão central do Capítulo 2, Eq. (2.50),

$$S_{fi} = \delta_{fi} - ie\varepsilon_f \int d^4y \; \overline{\psi}_f(y) \not{A}(y) \Psi_i(y) \,. \tag{1}$$

Para isso,

a) Mostre que (Eq. (2.40))

$$S_F(x'-x) = \theta(t'-t) \int d^3p \; \sum_{r=1}^{2} \psi_p^r(x') \overline{\psi}_p^r(x) - \theta(t-t') \int d^3p \; \sum_{r=3}^{4} \psi_p^r(x') \overline{\psi}_p^r(x)$$

onde

$$\psi_p^r(x) = \frac{1}{\sqrt{2E}} \; (2\pi)^{-3/2} \; w^r(\vec{p}) \; e^{-i\varepsilon_r p \cdot x}$$

b) Deduza as Eqs. (2.48) e (2.49),

$$\lim_{t \to +\infty} \Psi(x) - \psi(x) = \int d^3p \; \sum_{r=1}^{2} \psi_p^r(x) \left[-ie \int d^4y \; \overline{\psi}_p^r(y) \not{A}(y) \Psi(y) \right]$$

$$\lim_{t \to -\infty} \Psi(x) - \psi(x) = \int d^3p \; \sum_{r=3}^{4} \psi_p^r(x) \left[+ie \int d^4y \; \overline{\psi}_p^r(y) \not{A}(y) \Psi(y) \right]$$

c) Use as expressões anteriores para demonstrar a Eq. (1).

2.2 Mostrar que para o declínio $P \to q_1 + q_2$ a expressão para a largura se escreve no referencial da partícula que decai

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \; \frac{|\vec{q}_{1cm}|}{M^2} \; \overline{|M_{fi}|^2}$$

onde $P^2 = M^2$.

2.3 Calcule o seguinte traço (parte da Eq. (4.68) do livro)

$$\mathrm{T}_2 = \mathrm{Tr} \left[\not{p}_3 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu \not{p}_2 \gamma_\mu \not{p}_4 \gamma_\nu \right]$$

Escreva o resultado em termos das variáveis de Mandelstam para o caso em que $\sqrt{s} \gg m_i$ e portanto pode fazer $p_i^2 = 0$.

2.4 Considere em QED o processo $e^+e^- \to \gamma\gamma$.

a) Escreva a amplitude para o processo.

b) Mostre que esta amplitude é invariante de gauge.

2.5 Considere o modelo padrão das interacções electrofracas. Para os processos seguintes **desenhe** o(s) diagrama(s) que contribuem em ordem mais baixa de teoria de perturbações.

a) $e^+e^- \to \nu_e\overline{\nu}_e$

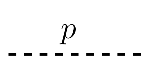
b) $e^+e^- \to \nu_\mu\overline{\nu}_\mu$

c) $e^+e^- \to \nu_e\overline{\nu}_e\gamma$

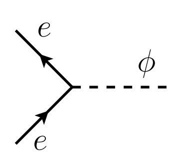
2.6 Considere a teoria descrita pelo seguinte Lagrangeano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi\; - \frac{1}{2}m_\phi^2 - \beta\,\overline{\psi}\psi\,\phi$$

onde ϕ é um campo (pseudo)-escalar (spin 0) neutro e ψ é o electrão. A constante β não tem dimensões (no sistema $\hbar = c = 1$). Os novos propagadores e vértices são:



$$\frac{i}{p^2 - m_\phi^2}$$



$$-i\,\beta$$

Considere o decaimento $\phi \to e^+ + e^-$ no mesmo modelo.

a) Escreva a amplitude invariante para o processo.

b) Calcule a largura de decaimento $\Gamma(\phi \to e^+ + e^-)$ em função dos parâmetros do modelo.

c) Imagine que se mede $m_\phi = 5$ GeV e um tempo de vida média $\tau_\phi = 2 \times 10^{-22}$ s. Qual o valor de β?