INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2012/2013 2ª Época (1/7/2013)

I (4 valores)

a) Considere o processo

$$p_1 + p_2 \to p_3 + p_4$$

com $m_3 = m_1$, $m_4 = m_2$, no referencial do Lab, onde a partícula 2 está em repouso. Mostre que a relação entre o ângulo de difusão (ângulo entre a partícula 3 e a partícula incidente 1) no referencial do `Lab` e no `CM` é

$$\tan\theta_{\text{Lab}} = \frac{p_{3\text{CM}} \sin\theta_{\text{CM}}}{\gamma\,(p_{3\text{CM}} \cos\theta_{\text{CM}} + \beta E_{3\text{CM}})} = \frac{\sin\theta_{\text{CM}}}{\gamma\left(\cos\theta_{\text{CM}} + \frac{E_{3\text{CM}}}{E_{2\text{CM}}}\right)}$$

onde se usou o facto de que, nas condições acima do problema, $p_{1\text{CM}} = p_{3\text{CM}}$.

b) Nas condições da alínea anterior determine o ângulo de difusão máximo no `Lab` quando $m_1 = 2m_2$ e quando $m_2 = 2m_1$.

c) Considere a igualdade

$$\gamma_\alpha \sigma^{\mu\alpha} \gamma_\beta\, \sigma^{\nu\beta} = A g^{\mu\nu} + B g^{\mu\nu}\gamma_5 + C\sigma^{\mu\nu} + D\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\ \sigma_{\alpha\beta}$$

Determine A, B, C e D.

II (4 valores)

Considere no Modelo Padrão o processo $e^-(p_1) + e^+(p_2) \to \nu_\mu(q_1) + \overline{\nu}_\mu(q_2) + \gamma(k)$.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo. Não despreze a massa do electrão mas considere o neutrino sem massa.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k)\,\mathcal{M}_\mu$, então temos $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$.

III (4.5 valores)

Considere o processo $\mu^- + e^+ \to \overline{\nu}_e + \nu_\mu$ no quadro do modelo padrão.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Quando se desprezam as massas dos leptões e se considera que a energia no `CM`, $\sqrt{s}$, é muito inferior às massas do bosões W e Z, a secções eficaz pode-se escrever na forma

$$\sigma = \frac{\lambda}{\pi} G_F^2\, s$$

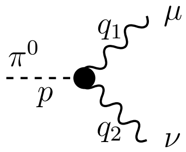
Determine λ.

IV (4.5 valores)

O decaimento principal do π^0 é em dois fotões com um *Branching Ratio* de $BR(\pi^0 \to \gamma\gamma) = 98.8\%$. Este processo tem lugar a um loop já que sendo o π^0 uma partícula neutra não tem acoplamento directo com o fotão. Pode-se parametrizar este acoplamento através dum Lagrangeano efectivo

$$\mathcal{L} = g_{\pi^0}\ \pi^0 \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} F_{\alpha\mu} F_{\beta\nu}$$

que dá lugar a um vértice efectivo



$$-8i\, g_{\pi^0}\ \epsilon^{\alpha\mu\beta\nu} q_{1\alpha} q_{2\beta}$$

a) Escreva a amplitude para o processo.

b) Calcule a largura de decaimento.

c) Sabendo que o tempo de vida média do π^0 é, $\tau_{\pi^0} = 8.4 \times 10^{-17}$ s, determine a constante g_{π^0}.

V (3 valores)

Considere o processo $H \to \gamma\gamma$ no quadro do Modelo Padrão. Sabe-se que existem os vértices $W^+W^-\gamma$, HW^+W^-, HZZ, e $Hf\overline{f}$ onde f é qualquer fermião com massa, leptão ou quark. Sabe-se ainda que destes vértices só o vértice $WW\gamma$, tem uma derivada (ver regra de Feynman no final). Considere os diagramas a um *loop* para o referido processo. Considere só diagramas irredutíveis de 1 partícula. **Não é para fazer contas**.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) para $H\gamma\gamma$ a um *loop* em que participam os campos de gauge. Discuta o grau superficial de divergência, isto é, conte as potências do momento.

b) Desenhe o(s) diagrama(s) para $H\gamma\gamma$ a um *loop* em que participam fermiões. Discuta o grau superficial de divergência, isto é, conte as potências do momento.

c) Será a teoria renormalizável? Justifique cuidadosamente a resposta.

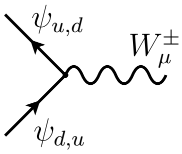
Alguns dados

- No referencial do CM temos:

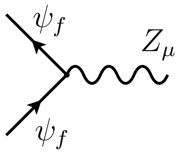
$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{p}_{\rm CM}|}{m^2} \overline{|M|}^2, \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_{3\rm CM}|}{|\vec{p}_{1\rm CM}|} \overline{|M|}^2$$

para uma partícula de massa m que decai em duas, ou para um processo $p_1 + p_2 \to p_3 + p_4$.

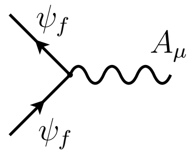
- $\mathrm{Tr}[\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\gamma_5] = -4i\,\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} a_\alpha b_\beta c_\gamma d_\delta, \qquad \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\epsilon_{\mu\nu}{}^{\gamma\delta} = -2g^{\alpha\gamma}g^{\beta\delta} + 2g^{\alpha\delta}g^{\beta\gamma}$
- No modelo padrão $M_W = M_Z \cos\theta_W$, $g_V^f = \frac{1}{2}T_3^f - Q_f \sin^2\theta_W$, $g_A^f = \frac{1}{2}T_3^f$ e $G_F = \sqrt{2}\, g^2/(8M_W^2)$.



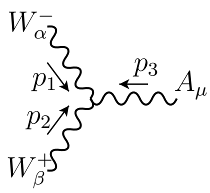
$i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma_\mu \frac{1-\gamma_5}{2}$



$i\frac{g}{\cos\theta_W}\gamma_\mu\left(g_V^f - g_A^f\gamma_5\right)$



$-ieQ_f\gamma_\mu$



$$-ie\left[g_{\alpha\beta}(p_1 - p_2)_\mu + g_{\beta\mu}(p_2 - p_3)_\alpha + g_{\mu\alpha}(p_3 - p_1)_\beta\right]$$