



## Exame de Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2011/2012 2ª Época (30/6/2012)

I (4 valores)

- a) Calcule a energia mínima do feixe de  $\pi^-$  no referencial do laboratório (onde o protão está em repouso) para que o processo  $\pi^- + p \rightarrow \Delta^{--} + p + p$  seja possível. Dados:  $m_\pi = 140$  MeV,  $m_p = 938$  MeV,  $m_{\Delta^{--}} = 1323$  MeV,
- b) Para as soluções da equação de Dirac, considere os projectores de helicidade,  $h_\pm$  e de quiralidade,  $\gamma_\pm$ , definidos por

$$h_\pm = \frac{1 \pm \vec{\Sigma} \cdot \hat{p}}{2}, \quad \gamma_\pm = \frac{1 \pm \gamma_5}{2}$$

onde  $\hat{p} = \vec{p}/|\vec{p}|$ . Mostre que, para  $|\vec{p}| \gg m$ , se tem

$$h_\pm u(p) = \gamma_\pm u(p) + \mathcal{O}\left(\frac{m}{|\vec{p}|}\right)$$

Comente o resultado.

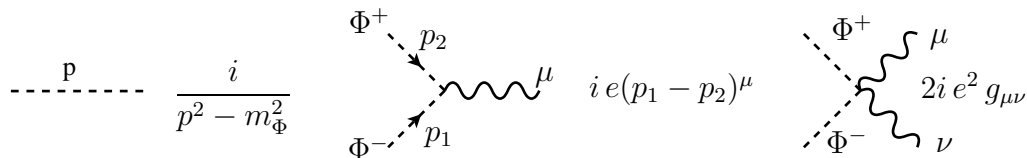
- c) Na igualdade seguinte determine  $A$ ,  $B$ ,  $C$  e  $D$ .

$$\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu \gamma_\alpha \gamma_5 = Ag^{\mu\nu} + Bg^{\mu\nu} \gamma_5 + C\sigma^{\mu\nu} + D\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \sigma_{\alpha\beta}$$

Para os problemas **II**, **III**, **IV** e **V** considere a teoria descrita pelo seguinte Lagrangeano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + (D_\mu \Phi^-)^* D^\mu \Phi^- - m_\Phi^2 \Phi^+ \Phi^-$$

onde  $\Phi^+ = (\Phi^-)^*$  são campos escalares (spin 0) carregados,  $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$  e  $A^\mu$  é o fóton. Para além de QED, os propagadores e os novos vértices são (notar que os momentos que aparecem na regra de Feynman são no sentido indicado pelas setas):



II (4 valores)

Considere o processo  $\Phi^-(p_1) + \gamma(k_1) \rightarrow \Phi^-(p_2) + \gamma(k_2)$  no quadro do modelo acima descrito.

- a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.
- b) Escreva a amplitude para o processo.
- c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se  $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k_1) \epsilon^\nu(k_2) \mathcal{M}_{\mu\nu}$  onde  $k_1, k_2$  são os 4-momentos dos fótons, então temos  $k_1^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = k_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$ . Basta mostrar um dos casos.

### III (4 valores)

Considere o processo  $e^-(p_1) + \Phi^-(p_2) \rightarrow e^-(p_3) + \Phi^-(p_4)$  no modelo acima descrito.

- Desenhe os diagramas que contribuem para o processo em ordem mais baixa.
- Escreva a amplitude para o processo.
- Considere que  $\sqrt{s} \gg m_\Phi, m_e$  e que portanto é uma boa aproximação fazer  $m_\Phi = m_e = 0$ . Nestas condições calcule a secção eficaz diferencial  $d\sigma/d\Omega$  no referencial do centro de massa em função da energia no CM ( $\sqrt{s}$ ) e do ângulo de difusão  $\theta$ .

### IV (5 valores)

Considere o processo  $e^-(p_1) + e^+(p_2) \rightarrow \Phi^-(p_3) + \Phi^+(p_4)$  no modelo acima descrito.

- Qual a condição necessária para o processo poder ocorrer?
- Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa e escreva a amplitude para o processo.
- Calcule a secção eficaz  $\sigma(e^- + e^+ \rightarrow \Phi^- + \Phi^+)$  no limite  $\sqrt{s} \gg m_\Phi, m_e$ .

### V (3 valores)

Considere as correcções a um *loop* no quadro do modelo acima descrito. Em todas as respostas considere somente os diagramas irreduzíveis de uma partícula, isto é, aqueles em que o diagrama não se separa em duas partes pelo corte de uma linha interna. **Não é para calcular nada.**

- Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto energia do fóton a um *loop* (polarização do vácuo).
- Desenhe o(s) diagrama(s) para a auto energia do escalar  $\Phi^-$  a um *loop*. Diga qual o grau superficial de divergência de cada diagrama, isto é, conte as potências do momento.
- Desenhe o(s) diagrama(s) para as correcções ao vértice  $\Phi^+\Phi^-A^\mu$  a um *loop*. Diga qual o grau superficial de divergência de cada diagrama, isto é, conte as potências do momento.
- A teoria é renormalizável?

---

### Dados

- $\hbar = c = 1$  implica:  $1 = 3 \times 10^8 \text{m s}^{-1}$ ,  $1 = 197.327 \text{Mev fermi}$ ,  $1 \text{fermi} = 10^{-15} \text{m}$
- A expressão para o spinor de energia positiva, na representação de Dirac é,

$$u(p, s) = \sqrt{E + m} \begin{bmatrix} \chi(s) \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E + m} \chi(s) \end{bmatrix}$$

Na mesma representação temos

$$\vec{\Sigma} = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} & 0 \\ 0 & \vec{\sigma} \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- No referencial do CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{p}_{\text{CM}}|}{m^2} \overline{|M|^2}, \quad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2 s} \frac{|\vec{p}_{3\text{CM}}|}{|\vec{p}_{1\text{CM}}|} \overline{|M|^2}$$

respectivamente para uma partícula de massa  $m$  que decai em duas, e para um processo  $p_1 + p_2 \rightarrow p_3 + p_4$ .