

# Teoria do Campo – Série 1

Curso de Engenharia Física Tecnológica – 2008/2009

Versão de 13/02/2009

**1.1** Um feixe de electrões com energia  $E_e = 50$  GeV, colide frontalmente com um feixe dum laser com energia  $E_\gamma = 1$  eV. Qual é a energia dos fotões que são difundidos para trás, isto é, na direcção do feixe de electrões?

**1.2** Livro 1.3

**1.3** Considere o tensor do campo electromagnético  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$ . A partir deste tensor define-se o chamado *tensor dual*

$$\mathcal{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma} .$$

O lagrangeano para a interacção do campo electromagnético com uma corrente carregada  $J^\mu$  é dado por (no sistema com  $\hbar = c = 1$ )

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - J^\mu A_\mu$$

1. Mostre que as equações de movimento são

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu$$

e que estas reproduzem as leis de Gauss e Ampère (incluindo a corrente de deslocamento introduzida por Maxwell).

2. Mostre que se tem

$$\partial_\mu \mathcal{F}^{\mu\nu} = 0$$

Verifique que esta equação contém as chamadas equações de Maxwell homogéneas, isto é,  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ , e  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t$ . Verifique que aquela relação é equivalente à forma mais usual (identidade de Bianchi)

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\nu F_{\rho\mu} + \partial_\rho F_{\mu\nu} = 0$$

3. Exprima os invariantes  $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ ,  $F_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu}$  e  $\mathcal{F}_{\mu\nu} \mathcal{F}^{\mu\nu}$  em termos dos campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$ .

4. Mostre que se  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  são perpendiculares num dado referencial, então são perpendiculares em todos os referenciais de inércia.

5. Considere um referencial  $S$  onde se tem  $\vec{E} \neq 0$  e  $\vec{B} = 0$ . será possível encontrar um referencial  $S'$  onde  $\vec{E} = 0$  e  $\vec{B} \neq 0$ ? Justifique.

**1.4** Livro 1.11

**1.5** Livro 1.14

**1.6** Livro 1.21