INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2007/2008 (22/7/2006)

I (4 valores)

a) O acelerador HERA, que funcionou no DESY em Hamburg a partir de 1991, fazia colidir um feixe de protões com energia $E_p = 920$ GeV, com um feixe de electrões de $E_e = 27.5$ GeV. Calcule a energia do feixe de electrões que seria necessária para se ter a mesma energia no centro de massa, se os protões estivesem em repouso (experiência de alvo fixo).

b) Mostre as relações seguintes:

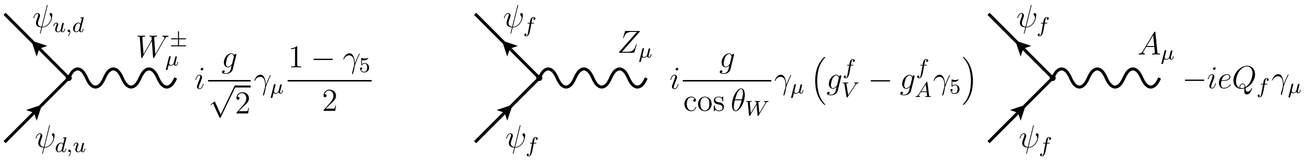
$$\overline{u}(p,s)u(p,s') = 2m\ \delta_{ss'}, \quad u^\dagger(p,s)u(p,s') = 2E_p\ \delta_{ss'}$$

c) Mostre que

$$(g_V^f - g_A^f \gamma_5) = L_f P_L + R_f P_R$$

onde $P_L = (1-\gamma_5)/2$ e $P_R = (1+\gamma_5)/2$. Determine L_f e R_f em termos de g_V^f e g_A^f.

Os problemas **II**, **III**, **IV** e **V** situam-se no quadro do Modelo Standard. Os vértices relevantes para o problema são



onde os valores das constantes estão dadas no final do enunciado.

II (3 valores)

Desenhe o(s) diagrama(s) de Feynman e escreva as respectivas amplitudes para os seguintes processos:

a) $\nu_\mu + e^- \to \nu_\mu + e^-$

b) $\nu_e + e^- \to \nu_e + e^-$

Não é para calcular as secções eficazes nem os quadrados dos elementos de matriz.

III (4 valores)

Considere o decaimento $W^- \to e^- + \overline{\nu}_e$ neste modelo.

a) Escreva a amplitude invariante para o processo.

b) Calcule a largura de decaimento $\Gamma(W^- \to e^- + \overline{\nu}_e)$ em função dos parâmetros do modelo.

c) Mostre que em ordem mais baixa de teoria de perturbações se tem

$$\Gamma_W^{\text{Total}} = 9\,\Gamma(W^- \to e^- + \overline{\nu}_e)$$

se desprezar a massa das partículas no estado final. Use este resultado para calcular Γ_W^{Total}.

IV (4.5 valores)

Considere o processo $\nu_\mu(p_1) + e^-(p_2) \to \nu_\mu(p_3) + e^-(p_4)$ no quadro do modelo acima descrito.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Considere que é uma boa aproximação desprezar os momentos no denominador dos bosões de gauge, tal como fizémos na aula para o decaimento do muão. Despreze ainda as massas dos neutrinos e do electrão. Nestas condições, calcule a secção eficaz total em função da energia no centro de massa $\sqrt{s}$, com $s = (p_1 + p_2)^2$.

V (4.5 valores)

Considere agora o processo $\overline{\nu}_\mu(p_1) + e^-(p_2) \to \overline{\nu}_\mu(p_3) + e^-(p_4)$ no quadro do mesmo modelo.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo nas mesmas condições do problema anterior, isto é, desprezando os momentos nos propagadores dos bosões de gauge e as massas dos leptões.

c) Mostre que

$$\frac{\sigma(\nu_\mu + e^- \to \nu_\mu + e^-)}{\sigma(\overline{\nu}_\mu + e^- \to \overline{\nu}_\mu + e^-)} = \frac{3L_e^2 + R_e^2}{L_e^2 + 3R_e^2}$$

onde L_e e R_e foram definidos no problema **I**. Se pensar um pouco e usar os resultados do problema **IV**, não precisa de fazer muitas contas.

Dados

- $m_p = 938.272$ MeV, $m_e = 0.511$ MeV.
- $\hbar = c = 1$ implica:

$$1 = 3 \times 10^8 \mathrm{m\,s^{-1}}, \; 1 = 197.327 \text{ Mev fermi}, \; 1\text{fermi} = 10^{-15}\mathrm{m}$$

- $\varepsilon^{0123} = +1$, $\gamma_5 = i\, \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.
- Identitades importantes

$$\mathrm{Tr}\left[\gamma^\alpha\gamma^\beta\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_5\right] = -4i\ \varepsilon^{\alpha\beta\mu\nu}$$

$$\varepsilon^{\rho\sigma\alpha\beta}\,\varepsilon_{\rho\sigma}{}^{\mu\nu} = -2\left(g^{\alpha\mu}g^{\beta\nu} - g^{\alpha\nu}g^{\beta\mu}\right)$$

- No Modelo Standard

$$g_V^f = \frac{1}{2}T_3^f - Q_f \sin^2\theta_W, \qquad g_A^f = \frac{1}{2}T_3^f$$

com $T_3^f = 1/2$ para os neutrinos e quarks u, c, t e $T_3^f = -1/2$ para os leptões carregados e^-, μ^-, τ^- e quarks d, s, b.

- No referencial do CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2}\frac{|\vec{p}_{\mathrm{CM}}|}{m^2}\,\overline{|M|}^2, \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2\, s}\frac{|\vec{p}_{3\mathrm{CM}}|}{|\vec{p}_{1\mathrm{CM}}|}\,\overline{|M|}^2$$

respectivamente para uma partícula de massa m que decai em duas, e para um processo $p_1 + p_2 \to p_3 + p_4$.