INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Introdução à Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 1998/99 (5/2/99)

I

a) Considere a combinação de matrizes $\Gamma = \not{p}_1 \, P_L \, \not{p}_2 \, P_R \, \not{p}_3$, onde p_i são 4-momentos arbitrários, $P_L = (1 - \gamma_5)/2$ e $P_R = (1 + \gamma_5)/2$. Calcule $\overline{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0$.

b) Verifique a identidade $u^\dagger(p, s) u(p, s') = 2 \; E_p \; \delta_{ss'}$ onde $E_p = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2}$.

c) Verifique a identidade $\sigma^{\mu\nu} \gamma^{\alpha\beta} \sigma_{\mu\nu} = A \, g^{\alpha\beta} \; + B \, \sigma^{\alpha\beta}$. Determine A e B.

II

Considere o processo $e^- + e^+ \to \mu^+ + \mu^- + \gamma$ no quadro do modelo padrão das interacções electrofracas.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k) \, \mathcal{M}_\mu$ onde k é o 4-momento do fotão, então temos $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$.

III

Considere o processo $\mu^- + e^+ \to \nu_\mu + \overline{\nu}_e$ no quadro do modelo padrão das interacções electrofracas.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) e escreva a amplitude invariante para o processo.

b) Considere que todas as energias são muito inferiores à massa do Z. Escreva a expressão para a amplitude nessa aproximação.

c) Mostre, utilizando argumentos dimensionais, que no limite em que se desprezam todas as massas dos fermiões (mas sendo ainda válida a aproximação da alínea anterior) a secção eficaz se pode escrever na forma

$$\sigma = \lambda \, G_F^2 \, s$$

onde s é o quadrado da energia no centro de massa, λ é uma constante adimensional e

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8 m_W^2}$$

d) Determine a constante λ da alínea anterior.