INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Introdução à Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2000/2001 (25/1/2001)

I

a) Considere a combinação de matrizes $\Gamma = \not{p}_1\,(a - b\,\gamma_5)\,\not{p}_2\,\not{p}_3\,(a + b\,\gamma_5)$, onde a e b são constantes e p_i são 4-momentos arbitrários. Calcule $\overline{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0$.

b) Mostre que $u^\dagger(p,s)u(p,s') = 2\;E_p\;\delta_{ss'}$ onde $E_p = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2}$

c) Seja $\sigma^{\alpha\nu}\gamma^\mu\sigma_{\mu\nu} = A\,\gamma^\alpha + B\,\gamma^\alpha\gamma_5$. Determine A e B.

d) Calcule a energia mínima do feixe de ν_μ's no referencial do laboratório (onde o electrão está em repouso) para que o processo $\nu_\mu + e^- \to \mu^- + \nu_e$ seja possível.

II

Considere o processo $\gamma + \gamma \to \mu^+\mu^-$ em QED generalizada, isto é onde se consideram as interacções dos fotões com todas as partículas carregadas.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

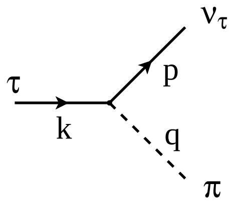
b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se

$$\mathcal{M} = \epsilon^\mu(k_1)\,\epsilon^\nu(k_2)\mathcal{M}_{\mu\nu} \qquad \text{então} \qquad k_1^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = k_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$$

III

Considere o processo $\tau^- \to \pi^- + \nu_\tau$. O vértice é dado por



$$i\,G_F\,V_{ud}\,f_\pi\,q^\mu\,\gamma_\mu(1-\gamma_5)$$

a) Escreva a amplitude invariante para o processo.

b) Calcule a largura de decaimento $\Gamma(\tau^- \to \pi^- + \nu_\tau)$. Considere nula a massa do ν_τ mas não a das outras partículas.

c) Sabendo que o tempo de vida média do τ é $\tau_\tau = 2.96 \times 10^{-13} s$ calcule a fracção de decaimento (*Branching Ratio*) daquele canal.

Dados:

$$m_e = 0.511\,MeV, m_\mu = 105.658\,MeV, m_\tau = 1.777\,GeV$$
$$m_\pi = 139.57\,MeV, G_F = 1.16639 \times 10^{-5}\,GeV^{-2}, V_{ud} = 0.975, f_\pi = 90\,MeV.$$