INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO

Exame de Introdução à Teoria do Campo

Curso de Física Tecnológica - 2006/2007 2ª Época (25/7/2006)

I (4 valores)

a) Um feixe de mesões K^+ incide num alvo de hidrogénio líquido para se estudar o processo

$$K^+ + p \to K^+ + p + \pi^+ + \pi^-$$

No referencial do **Lab**, onde o protão está em repouso, determine a energia mínima do feixe de mesões K^+ para que o processo possa ter lugar. Dados: $m_{K^+} = 493$ MeV, $m_p = 938$ MeV, $m_{\pi^\pm} = 140$ MeV.

b) Verifique explicitamente a seguinte identidade:

$$u^\dagger(p,s)u(p,s') = 2\ E_p\ \delta_{ss'} \qquad \text{onde} \qquad E_p = \sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2}$$

c) Escreva a expressão

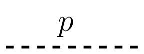
$$\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}\ \gamma_\alpha \gamma_\beta$$

em termos dos elementos da base do espaço das matrizes de Dirac: $I, \gamma^\mu, \sigma^{\mu\nu}, \gamma^\mu\gamma_5, \gamma_5$, com coeficientes apropriados.

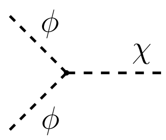
Para os problemas **II**, **III**, **IV** e **V** considere a teoria descrita pelo seguinte Lagrangeano

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{QED}} + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\,\partial^\mu\chi + \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\,\partial^\mu\phi\ - \frac{1}{2}m_\chi^2\ \chi^2 - \frac{1}{2}m_\phi^2\ \phi^2 + \frac{\mu}{2}\,\phi^2\chi - \lambda\,\overline{\psi}\psi\,\chi$$

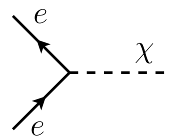
onde χ e ϕ são campo escalares (spin 0) neutros, e ψ é o electrão. A constante μ tem a dimensão duma massa e a constante λ não tem dimensões (no sistema $\hbar = c = 1$). Para além de QED, os propagadores e os novos vértices são:



$\dfrac{i}{p^2 - m^2_{\phi,\chi}}$



$i\,\mu$



$-i\,\lambda$

II (3 valores)

Para cada um dos processos seguintes:

a) $e^- + e^+ \to \phi + \phi$

b) $e^- + e^+ \to \chi + \phi$

c) $e^- + e^+ \to \chi + \chi$

diga se existem em ordem mais baixa de teoria de perturbações e, em caso afirmativo, desenhe o(s) diagrama(s) de Feynman e calcule as respectivas amplitudes. Não é para calcular as secções eficazes nem os quadrados dos elementos de matriz.

III (4 valores)

Considere o processo $e^+ + e^- \to \phi + \phi + \gamma$ no quadro do modelo acima descrito.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k)\, \mathcal{M}_\mu$ onde k é o 4-momento do fotão, então temos $k^\mu \mathcal{M}_\mu = 0$.

IV (4.5 valores)

Considere o decaimento $\chi \to e^+ + e^-$ no mesmo modelo.

a) Escreva a amplitude invariante para o processo.

b) Calcule a largura de decaimento $\Gamma(\chi \to e^+ + e^-)$ em função dos parâmetros do modelo.

c) Imagine que se mede $m_\chi = 1.8$ GeV e um tempo de vida média $\tau_\chi = 1.3 \times 10^{-25}$ s. Qual o valor de λ? Dados: $m_e = 0.511$ MeV

V (4.5 valores)

Considere o processo $e^- + \chi \to e^- + \chi$ no quadro do modelo acima descrito.

a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

b) Escreva a amplitude para o processo.

c) Considere que $\sqrt{s} \gg m_e, m_\chi$ e que portanto é uma boa aproximação fazer $m_e = m_\chi = 0$. Nestas condições calcule a secção eficaz diferencial $d\sigma/d\Omega$ no referencial do centro de massa em função da energia no CM ($\sqrt{s}$) e do ângulo de difusão θ.

Dados

- $\hbar = c = 1$ implica:

$$1 = 3 \times 10^8 \mathrm{m\,s^{-1}},\ 1 = 197 \text{ Mev fermi},\ 1\text{fermi} = 10^{-15}\mathrm{m}$$

- $\varepsilon^{0123} = +1$, $\gamma_5 = i\, \gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$.
- No referencial do CM temos:

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{|\vec{p}_{\mathrm{CM}}|}{m^2} \overline{|M|}^2, \qquad \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2\, s} \frac{|\vec{p}_{3\mathrm{CM}}|}{|\vec{p}_{1\mathrm{CM}}|} \overline{|M|}^2$$

respectivamente para uma partícula de massa m que decai em duas, e para um processo $p_1 + p_2 \to p_3 + p_4$.