



Exame de Introdução à Teoria do Campo Curso de Física Tecnológica - 2003/2004 (26/6/2004)

I

No instante $t = 0$ um estado do electrão é descrito pela função de onda

$$\psi(\vec{x}, 0) = \phi(\vec{x}) w^1(0)$$

sendo a função $\phi(\vec{x})$ só significativamente diferente de zero numa vizinhança Δr da origem.

a) Mostre que os coeficientes da expansão em ondas planas

$$\psi(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E} \sum_s [b(p, s)u(p, s)e^{-ip \cdot x} + d^*(p, s)v(p, s)e^{ip \cdot x}]$$

se podem escrever na forma

$$b(p, s) = u^\dagger(p, s)w^1(0)\tilde{\phi}(p), \quad d^*(p, s) = v^\dagger(p, s)w^1(0)\tilde{\phi}(p)$$

onde

$$\tilde{\phi}(p) = \int d^3x \phi(\vec{x}) e^{i\vec{p} \cdot \vec{x}}.$$

b) Utilize as expressões anteriores para calcular as razões

$$\frac{b(p, \downarrow)}{b(p, \uparrow)}, \quad \frac{d(p, \uparrow)}{b(p, \uparrow)}, \quad \frac{d(p, \downarrow)}{b(p, \uparrow)}$$

Pode precisar da expressão,

$$w^r(\vec{p}) = \frac{1}{\sqrt{2m}} \frac{1}{\sqrt{E+m}} (\varepsilon_r \not{p} + m) w^r(0)$$

c) Discuta em que condições são importantes as soluções de energia negativa.

II

Considere o processo $\gamma(k_1) + \gamma(k_2) \rightarrow e^-(q_1) + e^+(q_2)$ em QED, onde k_1, k_2, q_1 e q_2 são os momentos das partículas indicadas.

- Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.
- Escreva a amplitude para o processo.
- Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k_1)\epsilon^\nu(k_2)\mathcal{M}_{\mu\nu}$ onde k_i são os 4-momentos dos fótons, então temos $k_1^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = k_2^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$ (mostre só para um caso).

III

Considere o processo $\nu_e d \rightarrow e^- u$ no quadro das interacções electrofracas.

- Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.

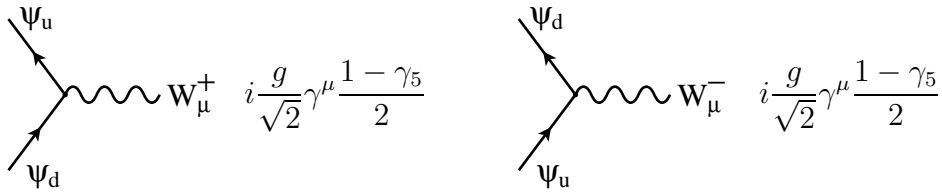
- b) Escreva a amplitude para o processo.
- c) Calcule no referencial do centro de massa a secção eficaz diferencial, $d\sigma/d\Omega$, no limite em que se pode desprezar a massa de todas as partículas no estado inicial e final. Ω corresponde ao ângulo sólido do electrão em relação à direcção do ν_e .
- d) Calcule a secção eficaz total, $\sigma(s)$, e mostre que

$$\lim_{\sqrt{s} \gg m_W} \sigma(s) = \sigma_0 \left(\frac{s}{m_W^2} \right)^\alpha$$

Determine as constantes σ_0 e α .

Informação útil

1. Os vértices relevantes são,



onde $\psi_u = \nu_e, \nu_\mu, \dots, u, c, \dots$ e $\psi_d = e^-, \mu^-, \dots, d, s, \dots$

2. O resultado seguinte pode ser útil

$$\int_{-1}^1 dx \frac{1}{(1+a-x)^2} = \frac{2}{a(a+2)}$$

3. É dado o resultado do seguinte traço

$$Tr[\not{p}_1 \not{p}_2 \not{p}_3 \not{p}_4 \gamma_5] = -4i \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} p_1^\mu p_2^\nu p_3^\alpha p_4^\beta$$