



Exame de Introdução à Teoria do Campo Curso de Física Tecnológica - 2001/2002 (22/2/2002)

I

Construa os spinores normalizados u^+ e u^- representando electrões com energia positiva e momento \vec{p} e helicidade ± 1 , isto é, que são vectores próprios do operador $(\vec{p} \cdot \vec{\Sigma})/|\vec{p}|$, com valor próprio ± 1 . Para isso siga os passos seguintes:

- a) Considere o caso de helicidade $+1$. Seja $u^+ = \begin{pmatrix} u_A^+ \\ u_B^+ \end{pmatrix}$ com $u_A^+ = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}$ e $u_B^+ = \begin{pmatrix} u_3 \\ u_4 \end{pmatrix}$.

Mostre que $\frac{u_1}{u_2} = \frac{p_z + |\vec{p}|}{p_x + ip_y}$.

- b) Use a equação de Dirac para escrever u_B^+ em função de u_A^+ .
c) Normalize o spinor u^+ de acordo com a condição $(u^+)^\dagger u^+ = 2E$ ou se preferir, $\bar{u}^+ u^+ = 2m$. Obtenha assim a expressão final para u^+ .
d) Quais as alterações para u^- ?

II

Considere a interacção do fóton com uma partícula escalar de carga negativa ϕ^- (Electrodinâmica Escalar). Os vértices

$$ie(q+p)^\mu \qquad 2ie^2 g^{\mu\nu}$$

Dentro deste modelo considere o processo *equivalente* ao efeito de Compton, $\gamma(k) + \phi^-(p) \rightarrow \gamma(k') + \phi^-(p')$ onde k, p, k' e p' são os momentos das partículas.

- a) Desenhe o(s) diagrama(s) que contribuem para o processo em ordem mais baixa.
b) Escreva a amplitude para o processo.
c) Mostre que a amplitude é invariante de gauge, isto é, se $\mathcal{M} \equiv \epsilon^\mu(k) \epsilon^\nu(k') \mathcal{M}_{\mu\nu}$, então temos $k^\mu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$ e $k'^\nu \mathcal{M}_{\mu\nu} = 0$ (basta mostrar para um dos casos).

III

Considere os processos $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$, $\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-$ no quadro do **SM**. No referencial do laboratório o electrão pode ser considerado parado e a energia do ν_μ é E .

- a) Escreva as amplitudes para os dois processos.
b) Calcule, para os dois casos, a secção eficaz diferencial $d\sigma/dy$ onde $y = 1 - E'/E$ é a fracção da energia perdida pelo neutrino (E' é a energia final do neutrino). Escreva o resultado em função de m_e, G_F, E, y e $x = \sin^2 \theta_W$.
c) Obtenha as expressões para as secções eficazes totais.
d) Calcule $R(x) = \sigma(\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-) / \sigma(\bar{\nu}_\mu + e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu + e^-)$. Verifique que $R(0.25) = 1$.