Mecânica Quântica – Série 0

Curso de Engenharia Física Tecnológica – 2015/2016

`Versão de 28/08/2015`

0.1 A constante de estrutura fina

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\, c\, \hbar}$$

desempenha um papel muito importante em física quântica.

a) Sabendo que $\hbar = 1.05457266(63) \times 10^{-34}$ Js mostre que α não tem dimensões.
b) Determine o seu valor. Dados: $e = 1.60217733(49) \times 10^{-19}$ C, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = 2.99792458 \times 10^8$ m/s, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m.

0.2 As energias dos átomos são normalmente expressas em eV. Sabendo que 1 eV é a energia cinética final dum electrão que é acelerado a partir do repouso por um diferença de potencial de 1 V entre duas placas, determine a relação entre o eV e o Joule (J). Verifique que o resultado é independente da distância entre as placas.

0.3 Usando a famosa relação de Einstein, $E = mc^2$, as massas das partículas subatómicas são muitas vezes expressas em múltiplos de eV/c^2. Exprima em MeV/c^2 as massas do electrão, protão e neutrão bem como a diferença de massa entre o neutrão e o protão. Dados: $m_e = 9.1093897(54) \times 10^{-31}$ kg, $m_p = 1.6726231(10) \times 10^{-27}$ kg, $m_n = 1.6749286(1) \times 10^{-27}$ kg.

0.4 Sabendo que a energia do estado fundamental do Hidrogénio é $E_0 = -13.6$ eV e que corresponde a metade da energia potencial dum electrão no campo de Coulomb dum protão, determine o raio clássico do electrão nessa órbita, designado por raio de Bohr. Exprima o resultado em Ångostrom, com 1 Å $= 10^{-10}$ m.

0.5 Como veremos, as regras de quantização de Bohr para o átomo de Hidrogénio conduzem aos resultados:

$$v_n = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\hbar\ n}, \quad r_n = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\right)}\frac{1}{m_e}n^2, \quad E_n = -\frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r_n}$$

Mostre que estas quantidades se podem escrever numa forma mais simples usando a constante de estrutura fina α, obtendo-se:

$$v_n = \alpha c\frac{1}{n}, \quad r_n = \frac{1}{\alpha}\frac{\hbar}{m_e c}n^2 = \frac{1}{\alpha}\frac{\lambda_e}{2\pi}n^2, \quad E_0 = -\frac{1}{2}m_e c^2\alpha^2\frac{1}{n^2}$$

onde $\lambda_e = \dfrac{h}{m_e c} = 2.426 \times 10^{-12}$ m é o chamado comprimento de onda de Compton do electrão.

0.6 Defina com base nas três constantes fundamentais $\hbar$ (constante de Planck), c (velocidade da luz) e G (constante de Gravitação) unidades de comprimento, massa e tempo. Estas unidades foram introduzidas por Planck e são hoje conhecidas como comprimento (L_P), massa (M_P) e tempo (T_P) de Planck. Determine os seus valores sabendo que $G_N = 6.7259(85) \times 10^{-11}$ m^3 kg^{-1} s^{-2}.

0.7 Para problemas futuros, mostre as seguintes relações:

$$hc = 1240 \text{ nm.eV}, \quad \hbar c = 197.35 \text{ nm.eV}$$

0.8 A superfície da Terra recebe do Sol radiação electromagnética de intensidade $S = 1350$ W/m^2 . Calcule a intensidade da radiação solar à superfície do planeta Marte. As distâncias do Sol à Terra e a Marte são 150 e 228 milhões de quilómetros, respectivamente.