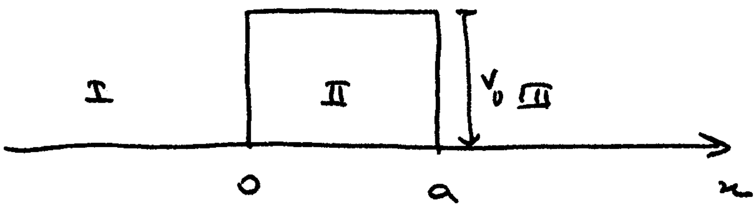
Comentário sobre o fluxo



$E < V_0$

$$k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad ; \quad K^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E)$$

$$\begin{cases} u_I(x) = e^{ikx} + R\, e^{-ikx} \\ u_{II}(x) = A\, e^{-\varkappa x} + B\, e^{\varkappa x} \\ u_{III}(x) = T\, e^{ikx} \end{cases}$$

Fluxo em I

$$j_I(x) = \frac{\hbar}{2im}\left[u^* \frac{du}{dx} - u \frac{du^*}{dx} \right]$$

$$= \frac{\hbar k}{m}\left(1 - |R|^2 \right)$$

Fluxo em II

$$j_{II}(x) = \frac{\hbar}{2im}\left[u^* \frac{du}{dx} - u \frac{du^*}{dx} \right]$$

$$= \frac{\hbar k}{m}\, 2\, \mathrm{Im}(A^* B)$$

Fluxo em III

$$j_{III}(x) = \frac{\hbar k}{m} |T|^2$$

Demonstração da conservação do fluxo:

em $x=0$:

$$\begin{cases} 1+R = A+B \\ \frac{ik}{\kappa}(1-R) = -A+B \end{cases}$$

donde

$$2B = 1 + \frac{ik}{\kappa} + R\left(1 - \frac{ik}{\kappa}\right)$$

$$2A = 1 - \frac{ik}{\kappa} + R\left(1 + \frac{ik}{\kappa}\right)$$

Depois de algumas contas

$$2\,\mathrm{Im}(A^* B) = \frac{k}{\kappa}\left(1 - |R|^2\right)$$

e portanto

$$j_{II}(x) = \frac{\hbar k}{m}\, 2\,\mathrm{Im}(A^* B) = \frac{\hbar k}{m}\left(1-|R|^2\right) = j_{I}(x)$$

em $x=a$:

$$\begin{cases} A e^{-\kappa a} + B e^{\kappa a} = T e^{ika} \\ -\kappa\left(A e^{-\kappa a} - B e^{\kappa a}\right) = ik T e^{ika} \end{cases}$$

Donde

$$A = \frac{1}{2} e^{\varkappa a} \left(1 - i \frac{k}{\varkappa}\right) T e^{ika}$$

$$B = \frac{1}{2} e^{-\varkappa a} \left(1 + i \frac{k}{\varkappa}\right) T e^{ika}$$

$$2 \operatorname{Im}(A^* B) = \frac{k}{\varkappa} |T|^2$$

logo

$$j_{II}(x) = \frac{\hbar \varkappa}{m} 2 \operatorname{Im}(A^* B) = \frac{\hbar k}{m} |T|^2 = j_{III}(x)$$

Conclusão: Existe fluxo na região II e o fluxo é conservado!