# Mecânica Quântica – Série 6

**Curso de Engenharia Biomédica – 2008/2009**

(Versão de 14/09/2008)

∗**6.1** *Gasiorowicz 6.1*

∗**6.2** *Gasiorowicz 6.3*

**6.3** *Gasiorowicz 6.4*

∗**6.4** *Gasiorowicz 6.5*

∗**6.5** *Gasiorowicz 6.11*

**6.6** *Gasiorowicz 6.12*

**6.7** *Adaptado de Griffiths 3.35*

Considere os estados coerentes do problema anterior.

a) Calcule, para estes estados, $\langle x\rangle$, $\langle x^2\rangle$, $\langle p\rangle$ e $\langle p^2\rangle$ e mostre que $\Delta x\,\Delta p = \frac{\hbar}{2}$, isto é a incerteza é mínima, tal como para estados gaussianos.

b) Introduza a dependência temporal

$$|n\rangle \to |n\rangle\, e^{-\frac{i}{\hbar}E_n t}$$

e mostre que o estado $|\alpha(t)\rangle$ continua a ser um estado coerente, isto é,

$$A\,|\alpha(t)\rangle = \alpha(t)\,|\alpha(t)\rangle$$

onde

$$\alpha(t) = e^{-i\omega t}\ \alpha$$

∗**6.8** *Gasiorowicz 6.14*

**6.9** *Adaptado de Griffiths 3.39*

a) Para uma função $f(x)$ que possa ser expandida em série de Taylor, mostre que

$$f(x+x_0) = e^{\frac{i}{\hbar}x_0 p_{\rm op}}\ f(x)$$

onde $x_0$ é qualquer distância constante e $p_{\rm op} = -i\hbar\frac{d}{dx}$ é o operador momento. Por esta razão se diz que $p_{\rm op}/\hbar$ é o **gerador das translações no espaço**.

b) Se $\psi(x,t)$ satisfizer a equação de Schrödinger, mostre que

$$\psi(x,t+t_0) = e^{-\frac{i}{\hbar}\ t_0 H}\ \psi(x,t)$$

onde $t_0$ é um tempo constante. Por isso se diz que $-H/\hbar$ é o **gerador das translações no tempo**.