Mecânica Quântica – Série 11 –Soluções

Curso de Engenharia Biomédica – 2008/2009

`(Versão de 15 de Dezembro de 2008)`

$*$ **11.1** `Resposta:`
Solução exacta:

$$E'_n = \hbar\omega'\left(n+\frac{1}{2}\right), \quad \omega' = \sqrt{\omega^2 + \frac{2\lambda}{m}}$$

Teoria das perturbações:

$$\Delta E_n^{(1)} = \frac{\lambda\hbar}{m\omega}\left(n+\frac{1}{2}\right), \quad \Delta E_n^{(2)} = -\frac{\lambda^2\hbar}{2m^2\omega^3}\left(n+\frac{1}{2}\right)$$

$*$ **11.2** `Resposta:` $\Delta E_{21m} = 0$
A razão é a paridade. Os estados $|21m\rangle$ têm paridade $(-1)^l = -1$ e a perturbação também. Portanto os integrais são de funções ímpares e anulam-se.

11.3 `Resposta:`
Alíneas 1,2 e 3, resposta no enunciado. Para as outras

$$\Delta E_{10} = 5.3\times 10^{-7}\ \text{eV}, \quad \Delta E_{2l} = 4.2\times 10^{-19}\ \text{eV},$$

A razão porque é que $\Delta E_{2l} \ll \Delta E_{10}$ deve-se ao facto de para $l \geq 1$ a função de onda é *repelida* da origem pela barreira de potencial do momento angular e a probabilidade de encontrar o electrão para valores muito pequenos do raio é muito baixa. Só os estado com $l = 0$ têm alguma probabibilidade para valores de r pequenos.

$*$ **11.4** `Resposta:` $\Delta E_0 = \dfrac{3\lambda}{4}\left(\dfrac{\hbar}{m\omega}\right)^2$

11.5 `Resposta:` $\Delta E_n = \dfrac{8n^2}{(4n^2-1)\pi}$

11.6 `Resposta:`
Solução exacta:

$$E'_n = \hbar\omega_X\left(n_X+\frac{1}{2}\right) + \hbar\omega_Y\left(n_Y+\frac{1}{2}\right), \quad \omega_X = \sqrt{\omega^2+\frac{2\lambda}{m}}, \quad \omega_Y = \sqrt{\omega^2-\frac{2\lambda}{m}}$$

onde $X = (x+y)/\sqrt{2}$, $Y = (x-y)/\sqrt{2}$.
Teoria das perturbações:

$$\Delta E_{0,0}^{(1)} = 0, \quad \Delta E_{0,0}^{(2)} = -\frac{\lambda^2\hbar}{2m^2\omega^3}, \quad \Delta E_{1,0}^{(1)} = \Delta E_{0,1}^{(1)} = \frac{\lambda\hbar}{m\omega}$$

$*$ **11.7** `Resposta:` $\Delta E_{nlm} = \hbar\omega_L m$ com $\omega_L = eB/2m$ (frequência de Larmor). Há 15 riscas. O Campo eléctrico iria misturar os níveis $n = 4, l = 3$ com os níveis $n = 4, l = 2$ (efeito de Stark), o mesmo acontecendo no nível $n = 3, l = 2$ que seria misturado com o nível $n = 3, l = 1$. Como resultado final haveria muito mais riscas devido aos desdobramentos dos níveis inicial e final.

∗11.8 `Resposta`

$$\Delta E_1^{(1)} = \lambda\beta, \quad \Delta E_2^{(1)} = \lambda\alpha, \quad \Delta E_1^{(2)} = -\frac{\lambda^2|u|^2}{2E_0}, \quad \Delta E_2^{(2)} = \frac{\lambda^2|u|^2}{2E_0}.$$

com $E_1^{(0)} = -E_0$, $E_2^{(0)} = +E_0$.

11.9 `Resposta no enunciado`