

Mecânica Quântica – Série 11 – Soluções

Curso de Engenharia Física Tecnológica – 2007/2008

(Versão de 20 de Novembro de 2007)

11.1 Resposta:

Solução exacta:

$$E'_n = \hbar\omega' \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \omega' = \sqrt{\omega^2 + \frac{2\lambda}{m}}$$

Teoria das perturbações:

$$\Delta E_n^{(1)} = \frac{\lambda\hbar}{m\omega} \left(n + \frac{1}{2} \right), \quad \Delta E_n^{(2)} = -\frac{\lambda^2\hbar}{2m^2\omega^3} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

11.2 Resposta: $\Delta E_{21m} = 0$

A razão é a paridade. Os estados $|21m\rangle$ têm paridade $(-1)^l = -1$ e a perturbação também. Portanto os integrais são de funções ímpares e anulam-se.

11.3 Resposta:

Alíneas 1,2 e 3, resposta no enunciado. Para as outras

$$\Delta E_{10} = 5.3 \times 10^{-7} \text{ eV}, \quad \Delta E_{2l} = 4.2 \times 10^{-19} \text{ eV},$$

A razão porque é que $\Delta E_{2l} \ll \Delta E_{10}$ deve-se ao facto de para $l \geq 1$ a função de onda é *repelida* da origem pela barreira de potencial do momento angular e a probabilidade de encontrar o electrão para valores muito pequenos do raio é muito baixa. Só os estado com $l = 0$ têm alguma probabilidade para valores de r pequenos.

11.4 Resposta: $\Delta E_0 = \frac{3\lambda}{4} \left(\frac{\hbar}{m\omega} \right)^2$

11.5 Resposta: $\Delta E_n = \frac{8n^2}{(4n^2 - 1)\pi}$

11.6 Resposta:

Solução exacta:

$$E'_n = \hbar\omega_X \left(n_X + \frac{1}{2} \right) + \hbar\omega_Y \left(n_Y + \frac{1}{2} \right), \quad \omega_X = \sqrt{\omega^2 + \frac{2\lambda}{m}}, \quad \omega_Y = \sqrt{\omega^2 - \frac{2\lambda}{m}}$$

onde $X = (x + y)/\sqrt{2}$, $Y = (x - y)/\sqrt{2}$.

Teoria das perturbações:

$$\Delta E_{0,0}^{(1)} = 0, \quad \Delta E_{0,0}^{(2)} = -\frac{\lambda^2\hbar}{2m^2\omega^3}, \quad \Delta E_{1,0}^{(1)} = \Delta E_{0,1}^{(1)} = \frac{\lambda\hbar}{m\omega}$$

11.7 Resposta: $\Delta E_{nlm} = \hbar\omega_L m$ com $\omega_L = eB/2m$ (frequência de Larmor). Há 15 riscas. O Campo eléctrico iria misturar os níveis $n = 4, l = 3$ com os níveis $n = 4, l = 2$ (efeito

de Stark), o mesmo acontecendo no nível $n = 3, l = 2$ que seria misturado com o nível $n = 3, l = 1$. Como resultado final haveria muito mais riscas devido aos desdobramentos dos níveis inicial e final.

11.8 Resposta

$$\Delta E_1^{(1)} = \lambda\beta, \quad \Delta E_2^{(1)} = \lambda\alpha, \quad \Delta E_1^{(2)} = -\frac{\lambda^2|u|^2}{2E_0}, \quad \Delta E_2^{(2)} = \frac{\lambda^2|u|^2}{2E_0}.$$

com $E_1^{(0)} = -E_0, E_2^{(0)} = +E_0$.

11.9 Resposta no enunciado