



**Física de Partículas**  
**Aula 10**  
**A matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa**  
**Violação de CP**

Jorge C. Romão

Instituto Superior Técnico, Departamento de Física & CFTP

A. Rovisco Pais 1, 1049-001 Lisboa, Portugal

2014

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

- A massa dos quarks
- Violação de CP no sistema  $K^0 - \bar{K}^0$ 
  - ◆ A simetria CP
  - ◆ Violação de CP
- Violação de CP e a matriz CKM
  - ◆ A matriz CKM
  - ◆ Contagem de parâmetros na matriz CKM
  - ◆ Parametrizações da matriz CKM
  - ◆ Confrontado a experiência com a matriz CKM

# A massa dos quarks

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

- Consideremos agora o problema de massa dos quarks. O problema é mais complicado por duas razões. Uma que tem que ver com a impossibilidade de diagonalizar simultaneamente as matrizes de massa e as interações como foi afirmado atrás e será discutido mais à frente.
- A outra é mais técnica. Para percebermos o problema consideremos os quarks da primeira família

$$Q_L = \begin{bmatrix} u_L \\ d_L \end{bmatrix} ; \quad u_R, d_R .$$

- Se considerarmos uma interação da forma

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -h_d \bar{Q}_L \phi d_R + \text{h.c.}$$

$$\bar{Q}_L = [\bar{u}_L \ \bar{d}_L], \quad \langle \phi \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

obtemos

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -h_d v (\bar{d}_L d_R + \bar{d}_R d_L) + \dots ,$$

e obtemos massa para o quark  $d$ , mas não para o quark  $u$ .

- É fácil de ver que

$$Y(\bar{Q}_L \phi u_R) = -\frac{1}{3} + 1 + \frac{4}{3} = +2,$$

e portanto o termo  $(\bar{Q} \phi u_R)$  não é invariante para  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ .

- Como resolver este problema? Felizmente a solução não é muito difícil. Numa transformação de  $SU_L(2) \times U_Y(1)$  o dubleto transforma-se da forma seguinte

$$\delta\phi = i\varepsilon^a \frac{\tau^a}{2} \phi \quad SU_L(2)$$

$$\delta\phi = i\frac{\varepsilon}{2} \phi \quad U_Y(1).$$

- Consideremos agora o dubleto  $\tilde{\phi}$  definido por

$$\tilde{\phi} = i\tau_2 \phi^* = \begin{bmatrix} \phi^0 \\ -\phi^- \end{bmatrix} \quad ; \quad \phi^- \equiv (\phi^+)^* .$$

- Vejamos agora como se transforma  $\tilde{\phi}$ . Para  $SU_L(2)$

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\phi} &= i\tau_2 (\delta\phi^*) = i\tau_2 \left( -i\epsilon^a \frac{\tau^{a*}}{2} \phi^* \right) \\ &= \epsilon^a \tau_2 \tau^{a*} \frac{1}{2} \phi^* . \end{aligned}$$

- Usando agora a identidade

$$\tau_2 \tau^{a*} \tau_2 = -\tau^a ,$$

obtemos

$$\begin{aligned} \delta\tilde{\phi} &= -\epsilon^a \frac{\tau^a}{2} \tau_2 \phi^* = i\epsilon^a \frac{\tau^a}{2} (i\tau_2 \phi^*) \\ &= i\epsilon^a \frac{\tau^a}{2} \tilde{\phi} , \end{aligned}$$

isto é, transforma-se exatamente como  $\phi$ .

# A massa dos quarks

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

- Mas numa transformação de  $U_Y(1)$  obtemos

$$\delta\tilde{\phi} = i\tau_2 (\delta\phi)^* = i\tau_2 \left( +i\frac{\epsilon}{2} \phi \right)^* = -i\frac{\epsilon}{2} (i\tau_2 \phi^*) = -i\frac{\epsilon}{2} \tilde{\phi},$$

o que mostra que  $\tilde{\phi}$  tem hipercarga fraca igual a  $-1$ .

- Então um termo

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -h_u \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R + \text{h.c.}$$

$$\langle \tilde{\phi} \rangle = \begin{bmatrix} v \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= -h_u v (\bar{u}_L u_R + \bar{u}_R u_L) + \dots,$$

é invariante para  $SU_L(2) \times U_Y(1)$ , pois

$$Y \left( \bar{Q}_L \tilde{\phi} u_R \right) = -\frac{1}{3} - 1 + \frac{4}{3} = 0,$$

e dá massa ao quark  $u$ .

- Precisamos portanto do dubleto  $\phi$  para dar massa aos quarks com  $T_3 = -1/2$  e do dubleto  $\tilde{\phi}$  para dar massa aos quarks com  $T_3 = +1/2$

- O termo mais geral que dá massa aos quarks é portanto

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{i,j} h_{dij} \bar{Q}_L(i) \phi d_R(j) - \sum_{i,j} h_{uij} \bar{Q}_L(i) \tilde{\phi} u_R(j),$$

Vemos assim que há uma matriz de massa para os quarks de baixo com  $T_3 = -1/2$ , e outra para os quarks de cima com  $T_3 = +1/2$

- É possível diagonalizar estas matrizes e passar o efeito para os termos de interação. A corrente neutra liga os quarks de cima com os quarks de cima e os de baixo com os baixo, e portanto teremos sempre termos diagonais se usarmos a unitariedade das matrizes. Isso não acontece para as correntes carregadas pois elas misturam os quarks de cima com os de baixo que são diagonalizados de maneira diferente
- O resultado é uma matriz de mistura, que convencionalmente se coloca nos quarks de baixo, a chamada matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa. Como há três famílias de quarks trata-se duma matriz  $3 \times 3$  unitária
- Para vermos o mecanismo, consideremos primeiro o modelo só com duas famílias de quarks deixando para uma secção seguinte o estudo do caso geral

- Então o lagrangeano de massa dos quarks pode ser escrito

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = -h_{u1}v \bar{u}u - h_{u2}v \bar{c}c - h_{d1}v \bar{d}_c d_c - h_{d2}v \bar{s}_c s_c \\ - h_{d12}v (\bar{d}_c s_c + \bar{s}_c d_c) ,$$

onde se usou a liberdade referida atrás para escrever os quarks  $u$  e  $c$  diretamente na forma diagonal.

- Olhemos para a matriz dos quarks de baixo. Escrevemos

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{\text{down}} = - \begin{bmatrix} \bar{d}_c & \bar{s}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{d1}v & h_{d12}v \\ h_{d12}v & h_{d2}v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_c \\ s_c \end{bmatrix}$$

- Agora o ângulo de Cabibbo pode ser facilmente compreendido. De facto do ponto de vista das interações fortes, a matriz de massa deve ser diagonal nos quarks  $d$  e  $s$ . Então se introduzirmos

$$\begin{bmatrix} d_c \\ s_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix}$$



- Obtemos

$$\mathcal{L}_{\text{massa}}^{\text{down}} = - \begin{bmatrix} \bar{d} & \bar{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{d} & \bar{s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_d & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix}$$

onde

$$m_{11} = \cos \theta_c (h_{d1} \cos \theta_c - h_{d12} \sin \theta_c) - \sin \theta_c (h_{d12} \cos \theta_c - h_{d2} \sin \theta_c)$$

$$m_{12} = \sin \theta_c (h_{d1} \cos \theta_c - h_{d12} \sin \theta_c) + \cos \theta_c (h_{d12} \cos \theta_c - h_{d2} \sin \theta_c)$$

$$m_{21} = + \cos \theta_c (h_{d12} \cos \theta_c + h_{d1} \sin \theta_c) - \sin \theta_c (h_{d2} \cos \theta_c + h_{d12} \sin \theta_c)$$

$$m_{22} = \sin \theta_c (h_{d12} \cos \theta_c + h_{d1} \sin \theta_c) + \cos \theta_c (h_{d2} \cos \theta_c + h_{d12} \sin \theta_c)$$

- A condição  $m_{12} = m_{21} = 0$  tem como solução

$$\tan(2\theta_c) = \frac{2h_{d12}}{h_{d2} - h_{d1}},$$

isto é relaciona os parâmetros do lagrangeano com o ângulo de Cabibbo.

- É usual em vez de usar os parâmetros  $h_{uij}$  e  $h_{dij}$ , usar os valores experimentais das massas dos quarks e os elementos da matriz de rotação, isto é os ângulos. Esta para o caso de três famílias de quarks é a matriz CKM que vamos escrever com mais detalhe na secção seguinte.

- Como vimos as interações fracas não são invariantes para a transformação de paridade P. Por exemplo no decaimento

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu,$$

os muões  $\mu^+$  têm sempre a helicidade esquerda.

- Também não são invariantes para a operação de conjugação de carga (transforma partícula em antipartícula), porque então a reação

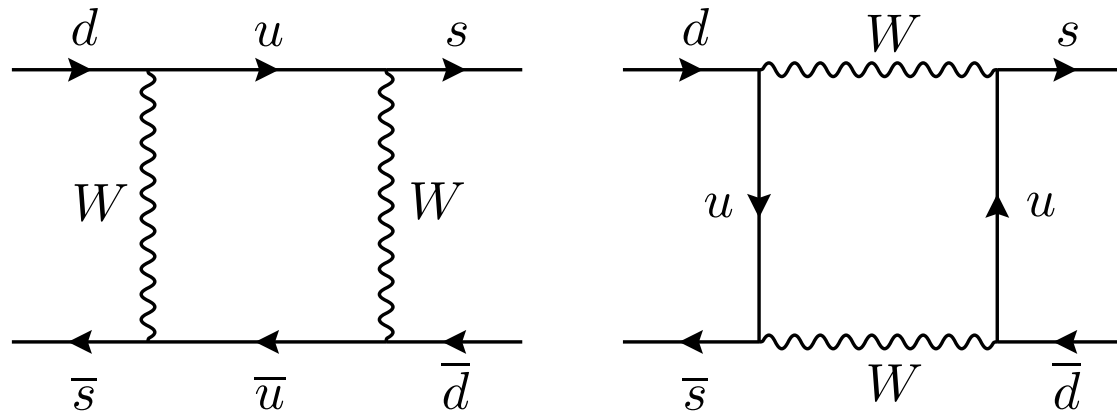
$$\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu,$$

viria sempre com muões  $\mu^-$  esquerdos e de facto eles têm helicidade direita.

- No entanto o produto das duas transformações, CP, parece ser uma boa simetria pois transforma o antimuão esquerdo num muão direito que parece ser o que observamos.
- Gell-Mann e Pais mostraram que a invariância de CP tinha implicações estranhas para os kaões neutros. Eles observaram que o  $K^0$  com estranheza +1 pode-se transformar na sua antipartícula  $\bar{K}^0$  com estranheza -1

- Sumário
- A massa dos quarks
- CP &  $K^0 - \bar{K}^0$
- A simetria CP**
- Violação de CP
- $B^0$  &  $D^0$
- A matriz CKM

- Isso pode ocorrer através dos diagramas de segunda ordem representados na figura



- Como resultado, as partículas que observamos no laboratório não são o  $K^0$ ,  $\bar{K}^0$  mas alguma combinação linear dos dois. Podemos formar estados próprios de CP da forma seguinte. Como os kaões são pseudo-escalares devemos ter

$$P |K^0\rangle = - |K^0\rangle, \quad P |\bar{K}^0\rangle = - |\bar{K}^0\rangle .$$

- Por outro lado sob a ação da conjugação de carga temos,

$$C |K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, \quad C |\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle ,$$

- Obtemos portanto

$$CP |K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle, \quad CP |\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle.$$

- Podemos portanto formar estados próprios de CP, corretamente normalizados, através de

$$|K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle \right), \quad |K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( |K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle \right),$$

com os valores próprios de CP

$$CP |K_1\rangle = |K_1\rangle, \quad CP |K_2\rangle = -|K_2\rangle$$

- Se admitirmos que CP é conservado nas interações fracas, então  $K_1$  só pode decair num estado com  $CP = +1$  e  $K_2$  num estado com  $CP = -1$ . Os kaões decaem em dois ou três piões. O estado de dois piões tem  $P = +1$  e  $C = +1$  enquanto o estado de três piões tem  $P = -1$  mas também  $C = +1$ . Em conclusão, devemos ter

$$K_1 \rightarrow 2\pi, \quad K_2 \rightarrow 3\pi$$

- O decaimento em dois piões é mais rápido pois o espaço de fase é maior. Portanto, se começarmos com um feixe de  $K^0$

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1\rangle + |K_2\rangle)$$

a componente  $K_1$  decairá rapidamente e ficará somente um feixe quase puro de  $K_2$ . Esta previsão foi confirmada experimentalmente, com

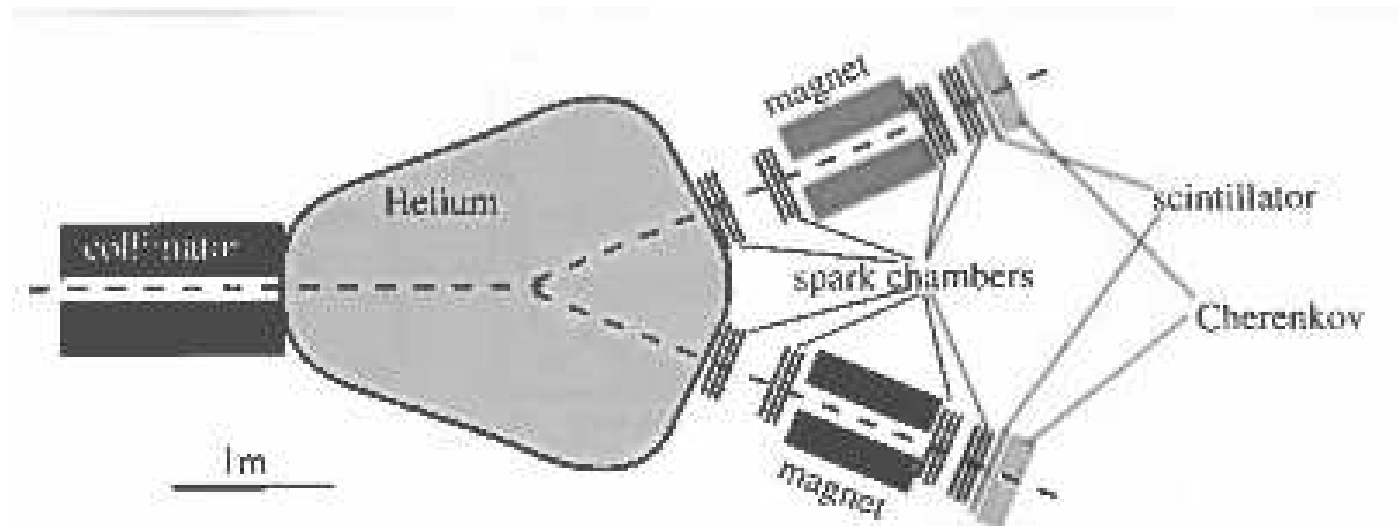
$$\tau_1 = 0.895 \times 10^{-10} \text{ s}, \quad \tau_2 = 5.11 \times 10^{-8} \text{ s}$$

- Notar que  $K_1$  e  $K_2$  não são antipartículas um do outro mas antes as suas próprias antipartículas com  $C = -1$  para  $K_1$  e  $C = +1$  para  $K_2$ . Têm mesmo uma diferença de massa,

$$m_2 - m_1 = 3.48 \times 10^{-6} \text{ eV}$$

- Em resumo, os kaões são produzidos nas interações fortes em estados próprios da estranheza,  $K_0$  e  $\bar{K}^0$  mas decaem através das interações fracas em estado próprios de CP,  $K_1$  e  $K_2$ .

- ❑ Os kaões neutros são um laboratório perfeito para testarmos se as interações fracas são de facto invariantes para o produto  $CP$ .
- ❑ Usando um feixe suficientemente longo sabemos que temos só kaões do tipo que têm um tempo de vida longa. Se observarmos que estes decaem em  $2\pi$  sabemos que CP é violada.
- ❑ Esta experiência, descrita na figura, foi feita por Cronin e Fitch em 1964 e eles descobriram uma fração de 1 em 500 que decaíam em  $2\pi$ .



- O produto CP não é conservado nas interações fracas e o kaão que tem um tempo de vida longo não é um estado perfeito de CP, deve ter uma pequena mistura de  $K_1$ . Designamos esse estado por  $K_L$

$$|K_L\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} (\epsilon |K_1\rangle + |K_2\rangle) .$$

- De igual modo podemos definir o estado ortogonal que é predominantemente  $K_1$  e decai rapidamente por

$$|K_S\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + |\epsilon|^2}} (|K_1\rangle + \epsilon |K_2\rangle) .$$

- O parâmetro  $\epsilon$  mede o desvio do estado  $K_L$  em relação ao estado de CP. Para a determinação experimental, é usual definir a razão das amplitudes

$$\eta_{+-} \equiv |\eta_{+-}| e^{i\phi^{+-}} \equiv \frac{\mathcal{M}(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\mathcal{M}(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} .$$

- Obtemos então

$$|\epsilon|^2 \equiv |\eta_{+-}|^2 = \frac{\Gamma(K_L \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S \rightarrow \pi^+ \pi^-)} \Rightarrow \epsilon = 2.24 \times 10^{-3}$$

- ❑ A experiência de Cronin-Fitch destruiu a última esperança para uma simetria exata que envolvesse a Paridade.
- ❑ Mas as coisas ficaram ainda piores quando se olhou para os decaimentos semi-leptónicos do  $K_L$ . O  $K_L$  decai semileptonicamente nos canais,

$$a) K_L \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e; \quad b) K_L \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e.$$

- ❑ Agora notemos que a operação de CP leva o estado final em a) para o estado final em b) e vice-versa. Então se  $K_L$  fosse um estado próprio de CP, os dois decaimentos deviam ocorrer exatamente com as mesmas probabilidades.
- ❑ Experimentalmente verificou-se que o decaimento do  $K_L$  em positrão ocorria mais frequentemente, com uma diferença fracional,  $\delta_L$ ,

$$\delta_L = \frac{N(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) - N(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l)}{N(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) + N(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l)} \simeq 3.3 \times 10^{-3}, \quad l = e, \mu$$

- ❑ Há assim uma distinção absoluta entre matéria e anti-matéria. Podemos dizer que o positrão é o leptão que ocorre mais frequentemente no decaimento do  $K_L$ . De facto esta distinção entre matéria e anti-matéria é mais profunda e permite pensar em compreender porque somos feitos de matéria e não de anti-matéria



- ❑ O sistema dos mesões  $K^0$  tenha sido, durante mais de 30 anos, o único sistema a evidenciar a violação de CP
- ❑ No ano 2000 a situação mudou drasticamente quando as colaborações BaBar e Belle, observaram pela primeira vez a violação de CP no sistema dos mesões  $B^0$  ( $d\bar{b}$ ). Eles mediram a assimetria

$$A = \frac{\Gamma(B^0 \rightarrow J/\psi - K_S) - \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi - K_S)}{\Gamma(B^0 \rightarrow J/\psi - K_S) + \Gamma(\bar{B}^0 \rightarrow J/\psi - K_S)} = 0.679 \pm 0.020$$

que seria zero se CP fosse conservada.

- ❑ O resultado de  $\sim 70\%$  mostra que a violação de CP é muito grande.
- ❑ A importância destas medidas justifica que no LHC, haja uma experiência dedicada à física dos mesões  $B$ , a colaboração LHCb.
- ❑ É de esperar também resultados para os mesões  $D^0$  ( $c\bar{u}$ ). As previsões do SM são pequenas para este caso. Os resultados de LHCb não indicam até ao momento qualquer indicação de violação de CP nos mesões  $D^0$ . Temos de esperar por mais estatística com o novo run do LHC.

# A matriz CKM

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

• Definição

- # de parâmetros
- Parametrizações
- Experiência e CKM

- A generalização da matriz de Cabibbo para o caso de três gerações de quarks é a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa que passamos a explicar.

- Começemos por recordar as partes do lagrangeano do modelo standard em que aparecem os quarks. Escrevemos

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{CC}} + \mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{NC}} + \mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{Yukawa}},$$

- Os diferentes lagrangeanos, corrente carregada, corrente neutra e de Yukawa,

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{CC}} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left[ \bar{u}'_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) d'_i \right] W_\mu^+ - \frac{g}{2\sqrt{2}} \left[ \bar{d}'_i \gamma^\mu (1 - \gamma_5) u'_i \right] W_\mu^-$$

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{NC}} = e \left[ \frac{2}{3} \bar{u}'_i \gamma^\mu u'_i - \frac{1}{3} \bar{d}'_i \gamma^\mu d'_i \right] A_\mu - \frac{g}{\cos \theta_W} \bar{q}'_i \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) q'_i Z_\mu$$

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{Yukawa}} = -h_{ij}^d \bar{Q}'_{Li} \Phi d'_{Rj} - h_{ij}^u \bar{Q}'_{Li} \tilde{\Phi} u'_{Rj} + \text{h.c.},$$

- Os índices  $i, j = 1, 2, 3$  são de família (ou geração), isto é, por exemplo,  $d'_i = (d', s', b')$  e  $\tilde{\Phi} = i\tau_2 \Phi^*$  como anteriormente. A notação  $u'_i, d'_i$  quer dizer que estes estados não são os estados de massas mas aqueles que resultam da escrita das derivadas covariantes.

- # de parâmetros
- Parametrizações
- Experiência e CKM

- Quando se dá a quebra espontânea de simetria, substituímos

$$\Phi = \begin{bmatrix} 0 \\ v \end{bmatrix}$$

e obtemos a partir do lagrangeano de Yukawa o lagrangeano de massa para os quarks,

$$\mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{massa}} = -\bar{d}'_L M^d d'_R - \bar{u}'_L M^u u'_R + \text{h.c.}$$

onde  $M_{ij}^{d,u} = h_{ij}^{d,u} v$  e passámos a usar uma notação matricial

- Em geral as matrizes  $M^{d,u}$  são matrizes arbitrárias complexas. Não sendo matrizes diagonais, os quarks  $u'_i, d'_i$  não são os estados próprios de massa.
- Para os obter temos de diagonalizar as matrizes de massa, o que é sempre possível. Na verdade uma matriz arbitrária complexa é diagonalizada através de duas matrizes unitárias diferentes à esquerda e direita. Isto quer dizer que devemos ter,

$$U_L^u M^u U_R^{u\dagger} = \text{diag}(m_u, m_c, m_t), \quad U_L^d M^d U_R^{d\dagger} = \text{diag}(m_d, m_s, m_b)$$

# A matriz CKM

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

• Definição

- # de parâmetros
- Parametrizações
- Experiência e CKM

- Isto é equivalente a rodar os estados de acordo com

$$d_L = U_L^d d'_L, \quad d_R = U_R^d d'_R, \quad u_L = U_L^u d'_L, \quad u_R = U_R^u u'_R.$$

- Depois de diagonalizar as matrizes de massa, temos de aplicar a rotação inversa nos lagrangeanos de interação, isto é

$$d'_L = U_L^{d\dagger} d_L, \quad d'_R = U_R^{d\dagger} d_R, \quad u'_L = U_L^{u\dagger} u_L, \quad u'_R = U_R^{u\dagger} u_R.$$

- Olhemos primeiro para a corrente neutra. Um termo genérico é da forma, tomando os quarks down como exemplo,

$$\bar{d}'_L \gamma^\mu d'_L + \bar{d}'_R \gamma^\mu d'_R = \bar{d}_L \gamma^\mu d_L + \bar{d}_R \gamma^\mu d_R,$$

onde usámos  $U_L^d U_L^{d\dagger} = U_R^d U_R^{d\dagger} = 1$  devido à unitariedade das matrizes. Para os quarks  $u$  obtemos resultados semelhantes.

- Assim vemos que para as correntes neutras o resultado final em termos dos estados de massa é o mesmo que fazer  $q' \rightarrow q$ .
- No entanto para as correntes carregadas tal não vai ser possível pois elas misturam quarks do tipo  $u$  com quarks do tipo  $d$ .

- # de parâmetros
- Parametrizações
- Experiência e CKM

- Talvez a maneira mais simples de ver isto é pensar no dubleto

$$Q'_L = \begin{bmatrix} u'_L \\ d'_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_L^{u\dagger} u_L \\ U_L^{d\dagger} d_L \end{bmatrix} = U_L^{u\dagger} \begin{bmatrix} u_L \\ U_L^u U_L^{d\dagger} d_L \end{bmatrix},$$

o que mostra o não alinhamento entre a diagonalização das matrizes de massa e as interações.

- Para ver a consequência escrevemos os termos relevantes do lagrangeano das correntes carregadas. Obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{quarks}}^{\text{CC}} &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left( \bar{u}'_L \gamma^\mu d'_L W_\mu^+ + \bar{d}'_L \gamma^\mu u'_L W_\mu^- \right) \\ &= -\frac{g}{\sqrt{2}} \left( \bar{u}_L \gamma^\mu V_{\text{CKM}} d_L W_\mu^+ + \bar{d}_L \gamma^\mu V_{\text{CKM}}^\dagger u_L W_\mu^- \right), \end{aligned}$$

onde se definiu

$$V_{\text{CKM}} \equiv U_L^u U_L^{d\dagger}.$$

- Como as matrizes de diagonalização são diferentes,  $V_{\text{CKM}} \neq 1$ .

- Como vimos, a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa liga os estados próprios de sabor com os estados próprios de massa.

- Tradicionalmente esta mistura é descrita nos quarks do tipo *down*, isto é com  $T^3 = -1/2$  e que se costuma escrever na forma,

$$\begin{bmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix}$$

- Esta matriz é uma matriz  $3 \times 3$  e unitária pela maneira como foi construída.
- Em geral uma matriz complexa  $N \times N$  terá  $2N^2$  parâmetros reais. Contudo as condições de unitariedade  $VV^\dagger = 1$  impõem  $N^2$  condições reduzindo o número de parâmetros independentes a  $N^2$ .
- No entanto podemos ainda absorver  $2N - 1$  fases nos campos dos  $2N$  quarks deixando uma fase global arbitrária. Isto reduz o número de parâmetros para

$$N^2 - (2N - 1) = (N - 1)^2$$

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

• Definição

• # de parâmetros

• Parametrizações

• Experiência e CKM

- Destes,  $N(N - 1)/2$  correspondem a ângulos, (para  $N = 2$  temos só um ângulo o ângulo de Cabibbo)

- Portanto os outros parâmetros devem ser fases num número dado por

$$\# \text{ fases} = (N - 1)^2 - \frac{N(N - 1)}{2} = \frac{(N - 1)(N - 2)}{2}$$

- Vemos assim que para ter uma fase complexa, necessária para explicar a violação de CP, precisamos de  $N = 3$ . Este argumento foi apresentado antes da descoberta da terceira família
- Obtemos portanto para  $N = 3$ , três ângulos e uma fase independentes, e portanto 4 parâmetros físicos.

# Parametrizações da matriz CKM

## Sumário

### A massa dos quarks

### CP & $K^0 - \bar{K}^0$

### A matriz CKM

- Definição
- # de parâmetros
- Parametrizações
- Experiência e CKM

- Há várias parametrizações da matriz CKM. As duas mais utilizadas são a do PDG e de Wolfenstein.
- A parametrização do PDG usa rotações em três planos, escrevendo

$$\begin{aligned}
 V_{\text{CKM}} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_{23} & s_{23} \\ 0 & -s_{23} & c_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{13} & 0 & s_{13}e^{-i\delta} \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_{13}e^{i\delta} & 0 & c_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{12} & s_{12} & 0 \\ -s_{12} & c_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{23}c_{13} \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

- Temos  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$ ,  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  e  $\delta$  é uma fase responsável pela violação de CP no modelo standard.
- Como  $s_{13} \ll s_{23} \ll s_{12} \ll 1$  é conveniente definir esta hierarquia numa forma explícita, ainda que aproximada.



- É o que faz a parametrização de Wolfenstein, onde

$$\begin{bmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4).$$

- A correspondência entre as duas parametrizações é

$$s_{12} = \lambda, \quad s_{23} = A\lambda^2, \quad s_{13}e^{i\delta} = A\lambda^3(\rho + i\eta).$$

- Os valores experimentais atuais são aproximadamente,

$$\lambda \simeq 0.223, \quad A \simeq 0.811, \quad \rho \simeq 0.131, \quad \eta \simeq 0.345$$

$$s_{12} = \lambda \simeq 0.223, \quad s_{23} \simeq 0.041, \quad s_{13} \simeq 0.003, \quad \delta \simeq 1.2079 = 69.2^\circ.$$

- Notar que os efeitos de CP são pequenos, não por a fase ser pequena, mas por vir multiplicada por  $s_{13}$  que é um número muito pequeno.

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

- Definição
- # de parâmetros
- **Parametrizações**
- Experiência e CKM

- Uma ideia melhor da hierarquia na matriz CKM, pode ser obtida se considerarmos os módulos dos elementos (tomamos o valor central, sem considerar os erros, ver PDG para resultados mais precisos)

- Obtemos

$$V_{\text{CKM}} = \begin{bmatrix} 0.97427 & 0.22534 & 0.00351 \\ 0.22520 & 0.97344 & 0.0412 \\ 0.00867 & 0.0404 & 0.999146 \end{bmatrix} .$$

- Vemos que os elementos são cada vez mais pequenos à medida que nos afastamos da diagonal e também da esquerda para a direita. Esta observação está na base da parametrização de Wolfenstein.

$$V_{\text{CKM}} = \begin{bmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{bmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4) .$$

Sumário

A massa dos quarks

CP &  $K^0 - \bar{K}^0$

A matriz CKM

- Definição
- # de parâmetros
- Parametrizações
- Experiência e CKM

- Neste momento todos os resultados experimentais conhecidos podem ser explicados com a matriz CKM, definida na secção anterior.
- Em particular os processos com violação de CP, tanto no setor dos mesões  $K^0 = (d\bar{s})$  mas também nos mesões  $D^0 = (c\bar{u})$  e  $B^0 = (d\bar{b})$ , são descritos corretamente pela matriz CKM.
- Neste curso elementar não prosseguiremos com os detalhes desta verificação.

