Física Partículas 2013 - 2014

Série 1

1

a) Raio do pacote não se altera (perpendicular à direcção do boost)

$$r = r_0 = 1 \mu m$$

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{50 \times 10^9}{0{,}5 \times 10^6} = 1 \times 10^5$$

Logo para o observador no pacote

$$L_0 = \gamma L = 200 m$$

O pacote contrário viaja com $v = -\beta c$ no lab. com $\beta$ dado por $\gamma^2 = \frac{1}{1-\beta^2}$. Assim sendo a sua velocidade em relação ao outro pacote é:

$$\beta' = \frac{-\beta - \beta}{1 - \beta(-\beta)} = -\frac{2\beta}{1+\beta^2}$$

onde se utilizou a transformação de Lorentz para as velocidades

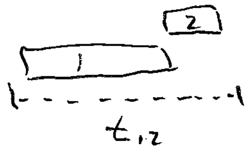
Então o comprimento do pacote que viaja contra o pacote onde se encontra o observador é dado por:

$$L' = \frac{1}{\gamma'} L_0 = L_0 \sqrt{1 - \beta'^2} = L_0 \sqrt{1 - \left(\frac{2\beta}{1+\beta^2}\right)^2}$$

$$= L_0 \left(\frac{1-\beta^2}{1+\beta^2}\right) = \frac{L_0}{2\gamma^2 - 1} \simeq 10^{-8} m = 10 nm$$

b) $t_{12}$ = tempo de cruzamento

$$\left(v = \frac{x}{t}\right)$$




$$t_{12} = \frac{L_0 + L'}{\beta' c} \quad e \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \simeq 1 \Rightarrow \beta' = \frac{2\beta}{1+\beta^2} \simeq 1$$

Logo

$$t_{12} = \frac{200 + 10^{-8}}{c} \simeq 6{,}67 \times 10^{-7} s$$

c)
$$N_{int} = \mathcal{L}.\sigma = \frac{N_1 N_2}{A}\sigma = \frac{10^{10}.10^{10}.10^{-36}}{\pi(10^{-6})^2} = 3,1\times10^{-5}$$

$$1\,barn = 10^{-28}\,m^2 \Rightarrow 10\,nb = 10^{-8}b = 10^{-36}\,m^2$$

O resultado acima ($N_{int}$) significa que a cada $\simeq 30\,000$ colisões há uma interacção com produtos hadrónicos

d) densidade de carga

$$\rho = \frac{eN}{\pi r_0^2 \ell} \Rightarrow J_{(e^+e^-)} = 2\rho\beta c$$ pq as cargas tendo sinais contrários e velocidades contrárias somam

$\beta$ é a velocidade das partículas tal que

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = (1-\beta^2)^{-1/2}$$

Utilizando a lei de Ampere tem-se $\oint_c B.d\ell = \mu_0 I$

$$2\pi r B = \mu_0 \frac{2eN}{\pi r_0^2 \ell}\beta c.\pi r_0^2$$ onde se usou para $r > r_0$ $I = \int J.ds$

Assim

$$B = \frac{\mu_0 e N}{\pi \ell}\frac{\beta c}{r} \simeq 96\,T$$ tomando $r = r_0 = 1\mu m$

Note-se que se $r < r_0$

$$2\pi r B = \mu_0 \frac{2eN}{\pi r_0^2 \ell}\beta c \pi r^2 \Leftrightarrow$$

$$B = \mu_0 \frac{eN}{\pi \ell}\frac{\beta c r}{r_0^2}$$

(2) Resolvendo o problema genericamente

$$s = \underbrace{(E + m_p)^2 - P_p^2}_{\text{LAB}} = \underbrace{(n_p m_p + n_\pi m_\pi)^2}_{\text{CM}} \Leftrightarrow$$

$$E = \frac{(n_p m_p + n_\pi m_\pi)^2 - 2m_p^2}{2m_p}$$

onde:

$n_p$ = nº protões

$n_\pi$ = nº piões

a) $n_p = 2$, $n_\pi = 4$ $\Longrightarrow$ $E \simeq 2{,}22\ \text{GeV}$ ✓

b) A situação é cinematicamente equivalente logo o resultado é o mesmo que em a).

c) $n_p = 2$, $n_\pi = 8$ $\Longrightarrow$ $E \simeq 3{,}847\ \text{GeV}$ ✓

(3) $\pi^- p \rightarrow \rho^0 n$

a) $$\tau_0 = \frac{\hbar}{\Gamma} = \frac{6{,}58 \times 10^{-22}}{154} = 4{,}27 \times 10^{-24}\ \text{s}$$

$\rho^0$ factor de Lorentz

$$\gamma_0 = \frac{E_\rho}{m_\rho} = \frac{5}{0{,}769} = 6{,}50$$

$$\tau = \gamma_0 \tau_0 = 2{,}78 \times 10^{-23}\ \text{s}$$

$$d = \tau \underbrace{\beta c}_{\checkmark} = \tau_0 \gamma_0 \beta c = \tau_0 c \sqrt{\gamma_0^2 - 1} = 8{,}23 \times 10^{-15}\ \text{m}$$

b)

$$\underbrace{(E_\pi - m_p)^2 - p_\pi^2}_{LAB} = \underbrace{(m_p + m_\rho)^2}_{CM}$$

onde se utilizou o invariante de Lorentz $P_\mu P^\mu$

$$E_\pi = \frac{(m_p + m_\rho)^2 - m_\pi^2 - m_p^2}{2 m_p} = 1077\ MeV$$

c)

$$N = \rho\, l\, \sigma \frac{N_0}{A} =$$

$$= 0{,}07\, g\, cm^{-3} \cdot 30\, cm \cdot 10^{-29}\, cm^{-2} \cdot 6{,}02 \times 10^{23} = 1{,}3 \times 10^{-3}$$

d) No ref. onde $\rho$ está parado:

$\pi^+ \uparrow$, $\pi^- \downarrow$

$$\vec{p}_{\pi^-} = -\vec{p}_{\pi^+} \qquad \gamma_\pi = \frac{E_\pi}{m_\pi} = \frac{m_\rho}{2 m_\pi}$$

$$E_{\pi^+} = E_{\pi^-} = \frac{m_\rho}{2}$$

$$\beta_\pi = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma_\pi^2}} = \frac{1}{m_\rho}\sqrt{m_\rho^2 - 4 m_\pi^2} = 0{,}93$$

$$\beta_0 = \sqrt{1 - \frac{1}{6.50^2}} \simeq 0{,}99$$ Velocidade do $\rho$ no lab.

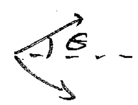
Como $\beta_0 > \beta_\pi$ se

CM: $\pi^- \longleftrightarrow \pi^+$ donde $\theta_{min} = 0°$

LAB: $\pi^- \rightarrow \pi^+ \rightarrow$

—— " ——

Notar $\bar{q}$ $\theta_{max}$ é a situação em que as partículas saem perpendicularmente ao boost

CM: $\updownarrow$ LAB: 

4) a) Da aula teórica (Eq 2.17) $(\hbar = c = 1)$

$$\Gamma = \frac{S}{8\pi m_C^2} |\vec{p}_2| \, |\mathcal{M}|^2 \quad ; \quad \mathcal{M} = i \mu_A$$

$S = \frac{1}{2}$ (duas partículas idênticas no estado final)

No ref de C

$$E_A = \frac{1}{2} m_C \Rightarrow |\vec{p}_2| = |\vec{p}_3| = \sqrt{E_A^2 - m_A^2}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{m_C^2 - 4m_A^2}$$

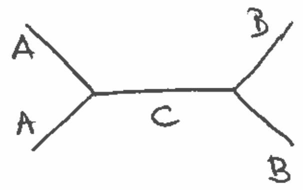
logo

$$\Gamma = \frac{|\mu_A|^2}{16\pi m_C^2} \frac{1}{2} \sqrt{m_C^2 - 4m_A^2}$$

ou

$$\boxed{\Gamma = \frac{|\mu_A|^2}{32\pi m_C^2} \sqrt{m_C^2 - 4m_A^2}}$$

b) $A + A \rightarrow B + B$




$$\mathcal{M} = i \, (i\mu_A)(i\mu_B) \frac{i}{s - m_C^2}$$

$$\mathcal{M} = \frac{\mu_A \mu_B}{s - m_C^2}$$

c) $$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{S}{64\pi^2 s}\,\frac{|\vec{p}_3|}{|\vec{p}_1|}\,|M|^2$$

$S = \frac{1}{2}$ (duas partículas idênticas no estado final)

$$|\vec{p}_1| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\right)^2 - m_A^2} = \frac{1}{2}\sqrt{s - 4m_A^2}$$

$$|\vec{p}_3| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{s}}{2}\right)^2 - m_B^2} = \frac{1}{2}\sqrt{s - 4m_B^2}$$

$$|M|^2 = \frac{\mu_A^2 \mu_B^2}{(s - m_C^2)^2}$$

$$\boxed{\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{128\pi^2 s}\,\frac{\sqrt{s - 4m_B^2}}{\sqrt{s - 4m_A^2}}\,\frac{\mu_A^2 \mu_B^2}{(s - m_C^2)^2}}$$

d) $\sqrt{s} \gg m_A, m_B, m_C$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_A^2 \mu_B^2}{128\pi^2 s^3}$$

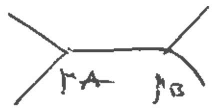
$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega} = 4\pi \frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_A^2 \mu_B^2}{32\pi s^3}$$

Logo $$\boxed{\sigma = \frac{\mu_A^2 \mu_B^2}{32\pi s^3}}$$

e) $[\mu_A] = [\mu_B] = M$ (massa) $(\hbar = c = 1)$

$[s] = M^2$

$[\sigma] = L^2 = M^{-2}$




Doi vértices

$$\sigma \propto (\mu_A \mu_B)^2 s^\beta$$

$$[\sigma] = M^4 \; M^{2\beta} = M^{4+2\beta} = M^{-2}$$

$$4 + 2\beta = -2 \Rightarrow \beta = -3$$

Logo

$$\boxed{\sigma \propto \frac{(\mu_A \mu_B)^2}{s^3}}$$