



Física de Partículas

Aula 9

O Modelo Standard Eletrofraco: $SU(2)_L \times U_Y(1)$

Jorge C. Romão

Instituto Superior Técnico, Departamento de Física & CFTP
A. Rovisco Pais 1, 1049-001 Lisboa, Portugal

21 Novembro 2013

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- Motivação e estratégia
- O setor de gauge
- Os leptões
 - ◆ Derivada covariante
 - ◆ Representações e números quânticos
 - ◆ Correntes carregadas
 - ◆ Correntes neutras
- Os quarks
- A massa dos leptões
- Exemplos
 - ◆ A largura $Z \rightarrow f\bar{f}$
 - ◆ A colisão $e^-\bar{\nu}_e \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu$

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

[Os quarks](#)

[A massa dos Leptões](#)

[Exemplos](#)

- Vamos neste capítulo aplicar as ideias das teorias de gauge com quebra espontânea de simetria às interações fracas de quarks e leptões. Consideraremos o modelo específico associado aos nomes de Glashow, Weinberg e Salam, que devido ao seu sucesso experimental se veio a tornar conhecido como o *modelo standard das interações eletrofracas*
- Contudo antes de entrarmos em detalhes, tentemos responder a três questões:
 - i)* Porquê uma teoria de gauge com quebra espontânea de simetria?
 - ii)* Qual o grupo de simetria relevante?
 - iii)* Quais as representações a escolher?
- Comecemos pela primeira. Há várias razões. A mais importante resulta do estudo da fenomenologia das interações fracas, onde aparecia claro que estas deviam ser mediadas por uma partícula de spin 1 e que esta partícula devia ter massa devido ao curto alcance das interações fracas. Ora, depois de muito trabalho teórico mostrou-se que as únicas teorias consistentes, isto é, *renormalizáveis e unitárias*, com partículas de spin 1 com massa eram precisamente as teorias de gauge com quebra espontânea de simetria.

[Sumário](#)[Estratégia](#)[O sector de gauge](#)[Os leptões](#)[Os quarks](#)[A massa dos Leptões](#)[Exemplos](#)

- Uma evidência adicional vem da existência duma universalidade de intensidades entre as interações de leptões e quarks se descontarmos a rotação de Cabibbo, efeito que, como veremos, não provém do sector de gauge da teoria, mas sim do sector das massas. Uma tal universalidade seria precisamente o que seria de esperar duma teoria de gauge, onde uma constante g_w desempenhasse um papel semelhante à carga eléctrica em QED.
- As outras duas questões podem ser respondidas em simultâneo. Vimos que a estrutura das correntes fracas sugeria a ideia dum grupo de isospin fraco $SU_L(2)$ para as componentes esquerdas que participam na corrente carregada. Daí resultava que as componentes esquerdas deviam ser agrupados num dubleto. As componentes direitas dos campos carregados deveriam ser então singletos de $SU_L(2)$ para não participarem na interação fraca das correntes carregadas.
- Poderia o grupo ser então só $SU_L(2)$? Pensando um pouco logo se conclui que não. A razão prende-se com o facto da estrutura das correntes de $SU_L(2)$ ser $V - A$. Então a componente 3 (neutra) também teria essa estrutura e não poderia ser identificada com a corrente eletromagnética que, como sabemos, tem acoplamento vetorial ao fóton. Portanto o bosão W_μ^3 não pode ser o fóton.

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

[Os quarks](#)

[A massa dos Leptões](#)

[Exemplos](#)

- ❑ Assim surgiu a ideia de alargar o grupo da forma mínima com um produto por um grupo Abelianos obtendo-se portanto $SU(2) \times U(1)$.
- ❑ Como vimos no capítulo anterior, havia neste caso dois bosões W_μ^3 e B_μ que se misturavam para dar um campo com massa a que chamámos Z_μ e outro, sem massa, designado por A_μ e que, como veremos no seguimento, se identificará com o fóton.
- ❑ Este modelo prevê portanto, para além da corrente eletromagnética a existência de correntes fracas neutras, o que foi verificado experimentalmente. Os resultados experimentais mostram que a Natureza escolheu a hipótese mais simples. Nas secções seguintes descreveremos os vários aspetos do modelo.
- ❑ O sector de gauge e de Higgs do modelo standard é aquele que já descrevemos na aula anterior. Vamos aqui apenas resumir os resultados para uma teoria de gauge dos grupos $SU_L(2) \times U_Y(1)$ com invariância local

- O lagrangeano escreve-se

$$\mathcal{L} = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^a W^{a\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$

onde V é dado por

$$V(\phi^\dagger \phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \lambda (\phi^\dagger \phi)^2$$

e onde introduzimos os campos W_μ^a , ($a = 1, 2, 3$) e B_μ correspondentes a $SU_L(2)$ e a $U_Y(1)$, respetivamente.

- Os tensores do campo são então

$$W_{\mu\nu}^a = \partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a - g\varepsilon^{abc} W_\mu^b W_\nu^c, \quad \text{e} \quad B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

- A derivada covariante é para este caso

$$D_\mu \phi \equiv \left(\partial_\mu + igW_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + ig' B_\mu \frac{1}{2} \right) \phi$$

onde τ^a são as matrizes de Pauli.

- Depois do mecanismo da quebra espontânea de simetria vimos que a parte livre (quadrática) do lagrangeano se podia escrever

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{livre}} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \frac{1}{2} (-2\mu^2) \sigma^2 \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{W}_{\mu\nu}^1 \tilde{W}^{1\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} g^2 v^2 \right) W_\mu^1 W^{1\mu} \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{W}_{\mu\nu}^2 \tilde{W}^{2\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} g^2 v^2 \right) W_\mu^2 W^{2\mu} \\
 & - \frac{1}{4} \tilde{Z}_{\mu\nu} \tilde{Z}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} v^2 (g^2 + g'^2) \right] Z_\mu Z^\mu \\
 & - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu}
 \end{aligned}$$

- Nesta equação introduzimos os campos A_μ e Z_μ através das relações

$$\begin{cases}
 A_\mu & = \sin \theta_W W_\mu^3 + \cos \theta_W B_\mu \\
 Z_\mu & = \cos \theta_W W_\mu^3 - \sin \theta_W B_\mu
 \end{cases}$$

- O ângulo θ_W foi determinado pelo requerimento que A_μ seja o vetor próprio de massa nula e obtivemos

$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}$$

- Do lagrangeano resulta que temos um campo escalar com massa, σ , que passaremos a designar por H . É o bóson de Higgs e a sua massa é dada por

$$m_H = \sqrt{-2\mu^2}$$

- Além disso existem dois campos vetoriais $W_\mu^{1,2}$ com massa

$$M_{W^1, W^2} = \sqrt{\frac{1}{2} g^2 v^2}$$

- E outro campo vetorial Z_μ com massa

$$M_Z = \sqrt{\frac{1}{2} v^2 (g^2 + g'^2)}$$

- Em vez dos campos $W_\mu^{1,2}$ é usual introduzir um campo vetorial complexo W_μ^\pm através das relações

$$W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) \quad ; \quad W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 - iW_\mu^2)$$

- Então a massa deste campo será

$$M_W = \sqrt{\frac{1}{2} g^2 v^2}$$

- Usando $\tan \theta_W = g'/g$ obtemos uma relação importante entre as massas do W e do Z

$$M_W = M_Z \cos \theta_W$$

- Finalmente o outro campo vetorial A_μ não tem massa

$$M_A = 0$$

- Vemos assim que o campo A_μ deve ser identificado com o fóton. Esta identificação permite eliminar uma das constantes g e g' (ou g e θ_W) em termos da carga elétrica que corresponde ao gerador conservado

$$Q = \frac{1 + \tau_3}{2}$$

- Para isso escrevemos a derivada covariante em termos dos campos físicos,

$$\begin{aligned} D_\mu &= \left(\partial_\mu + igW_\mu^a \frac{\tau^a}{2} + ig' B_\mu \frac{1}{2} \right) \phi \\ &= \left[\partial_\mu + i \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^+ \tau^+ + \frac{g}{\sqrt{2}} W_\mu^- \tau^- \right. \\ &\quad \left. + ig \sin \theta_W Q A_\mu + i \frac{g}{\cos \theta_W} \left(\frac{\tau_3}{2} - \sin^2 \theta_W Q \right) \right] \phi \end{aligned}$$

o que permite identificar

$$g \sin \theta_W = e$$

- Como a carga elétrica é conhecida o único parâmetro a determinar é o ângulo θ_W .

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

● Derivada covariante

● Representações

● Correntes carregadas

● Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- A beleza das teorias de gauge é que as interações dos campos de matéria com os bosões de gauge ficam completamente determinadas pela invariância de gauge. Vimos isso já para o caso da interação com os campos de Higgs e o mesmo se passa para os fermiões.

- De facto já vimos que forma devia ter o lagrangeano de qualquer fermião para a teoria $SU_L(2) \times U_Y(1)$. A parte dos fermiões é

$$\mathcal{L} = \sum_f \bar{\Psi}_f (i\not{D} - m) \Psi_f$$

onde

$$D_\mu \Psi = (\partial_\mu + igW_\mu^a \Omega^a + ig'Y B_\mu) \Psi$$

- As matrizes Ω^a são as apropriadas para a representação em que os fermiões se encontrem. Temos portanto, antes de escrever as interações, descobrir quais as representações de $SU_L(2) \times U_Y(1)$ em que se encontram os diferentes fermiões. Começamos pelos leptões.

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

• [Derivada covariante](#)

• **Representações**

• [Correntes carregadas](#)

• [Correntes neutras](#)

[Os quarks](#)

[A massa dos Leptões](#)

[Exemplos](#)

- Os leptões conhecidos distribuem-se por 3 famílias com propriedades idênticas só diferindo na sua massa. Esta repetição que se verifica experimentalmente não é explicada pela teoria, mas introduzida para estar de acordo com a fenomenologia conhecida.
- No seguimento falaremos somente da família do eletrão (o eletrão e o seu neutrino), mas tudo o que dissermos e aplica às famílias do muão e do tau.
- Como vimos anteriormente, as correntes carregadas que medeiam a interação fraca (troca do W_{μ}^{\pm}) são exatamente $V - A$, ou seja, nelas tomam parte somente a componente de helicidade esquerda dos leptões carregados.
- Para se obter isto é necessário tratar de forma diferente as duas helicidades das partículas carregadas. Assim e tendo em conta que o grupo que emerge da fenomenologia é $SU_L(2) \times U_Y(1)$, distribuímos o eletrão e o seu neutrino pelas seguintes representações de $SU_L(2)$, dito *isospin fraco*

$$E_L \equiv \frac{1 - \gamma_5}{2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} \quad ; \quad e_R \equiv \frac{1 + \gamma_5}{2} e$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- Portanto as componentes de helicidade esquerda do eletrão e do seu neutrino formam um dubleto de $SU_L(2)$, enquanto que a componente de helicidade direita do eletrão é um singleto do isospin fraco. Esta escolha determina as transformações de $SU_L(2)$

$$\delta E_L = i\epsilon^a \frac{\tau^a}{2} E_L$$

$$\delta e_R = 0$$

- Falta-nos então determinar as transformações sob a ação do grupo $U_Y(1)$. Estas serão em geral

$$\delta \ell = i\frac{\epsilon}{2} Y_\ell \ell$$

onde ℓ é qualquer componente de helicidade dos leptões, isto é $\ell = e_L, e_R, \nu_{eL}$, e Y_ℓ é um número, designado por *hipercarga fraca* diferente, em princípio, para cada helicidade do leptão.

- Notar que isto exclui logo termos de massa para os leptões, pois estes são da forma

$$\mathcal{L}_{\text{massa}} = -m (\bar{\ell}_L \ell_R + \bar{\ell}_R \ell_L)$$

e portanto não seriam invariantes nem para $SU_L(2)$, pois não é um singlete, nem para $U_Y(1)$ se as hipercargas fracas de ℓ_L e ℓ_R forem diferentes.

- O valor Y não é arbitrário pois o fóton deve acoplar com a corrente eletromagnética. Assim para uma dada helicidade do leptão ℓ devemos ter

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} &= \bar{\ell} \gamma^\mu \left[g W_\mu^3 T^3 + \frac{1}{2} g' B_\mu Y \right] \ell \\ &= -\bar{\ell} \gamma^\mu \left[A_\mu \left(g \sin \theta_W T^3 + \frac{1}{2} g' \cos \theta_W Y \right) + Z_\mu \left(g \cos \theta_W T^3 - \frac{1}{2} g' \sin \theta_W Y \right) \right] \ell \\ &= -\bar{\ell} \gamma_\mu \left\{ A^\mu e \left(T^3 + \frac{1}{2} Y \right) + Z^\mu \frac{g}{\cos \theta_W} \left[T^3 - \sin^2 \theta_W \left(T^3 + \frac{1}{2} Y \right) \right] \right\} \ell \end{aligned}$$

onde T^3 é o valor numérico do isospin fraco para o leptão ℓ .

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- Comparando com o que devíamos ter para a corrente eletromagnética,

$$\mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{QED}} = -eQ \bar{l} \gamma^\mu l A_\mu$$

onde $e = |e|$ e portanto Q é o valor da carga da partícula em unidades da carga do protão, obtemos então

$$Q = T^3 + \frac{1}{2}Y$$

o que determina Y .

- Apresentamos então os números quânticos para os leptões

	e_L	e_R	ν_L
T^3	$-1/2$	0	$+1/2$
Y	-1	-2	-1
Q	-1	-1	0

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- Esta tabela implica a seguinte forma para as derivadas covariantes,

$$\begin{aligned}
 D_\mu E_L &= \left(\partial_\mu - ig \frac{\tau^a}{2} W_\mu^a - i \frac{g'}{2} B_\mu \right) E_L \\
 &= \left[\partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \tau^+ + W_\mu^- \tau^-) + ieQ A_\mu + i \frac{g}{\cos \theta_W} \left(\frac{\tau^3}{2} - \sin^2 \theta_W Q \right) Z_\mu \right] E_L
 \end{aligned}$$

$$D_\mu e_R = (\partial_\mu - ig' B_\mu) e_R = (\partial_\mu - ieA_\mu + ie \tan \theta_W Z_\mu) e_R$$

- Das expressões anteriores é fácil obter as interações dos leptões com os campos de gauge, as chamadas correntes fracas carregada e neutra
- O lagrangeano dos leptões no limite em que as massas dos leptões são nulas é então

$$\mathcal{L}_{\text{leptões}} = i\bar{E}_L \not{D} E_L + i\bar{e}_R \not{D} e_R + \text{termos iguais para o } \mu \text{ e para o } \tau$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

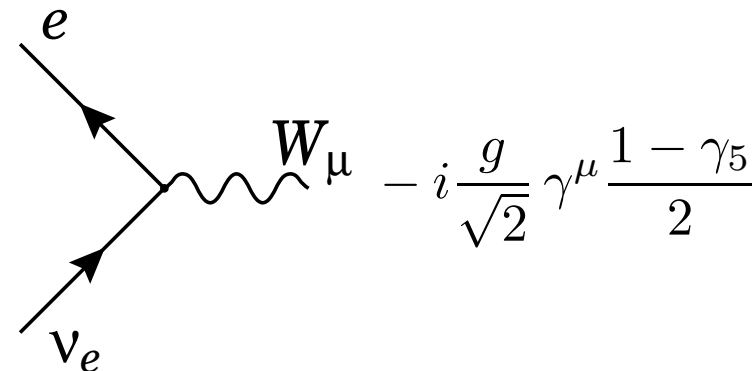
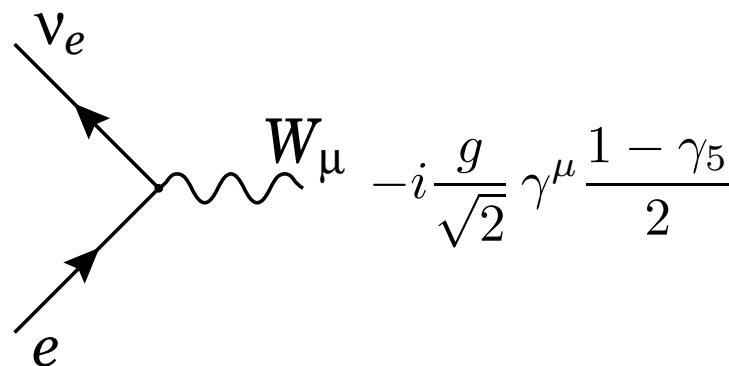
- Usando a expressão anterior podemos escrever os termos de interação

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}} = & -\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) e W_\mu^+ - \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{e} \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e W_\mu^- \\ & - \frac{g}{4 \cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma_5) \nu_e - \bar{e} \gamma^\mu (1 - 4 \sin^2 \theta_W - \gamma_5) e \right] Z_\mu \\ & - (-e) \bar{e} \gamma^\mu e A_\mu \end{aligned}$$

- O termo proporcional a A_μ representa a interação eletromagnética como descrita em QED.
- Daremos alguns exemplos das outras interações mediadas por W_μ^\pm e Z_μ .

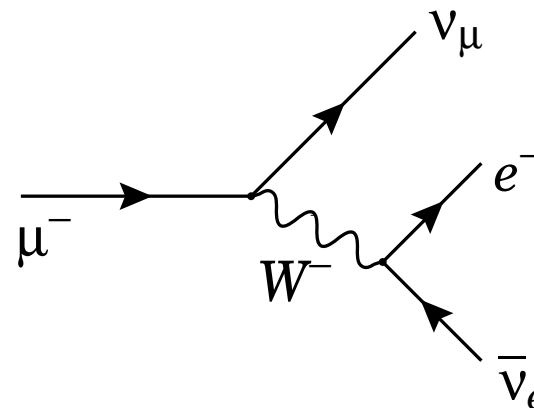
- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
 - Derivada covariante
 - Representações
 - **Correntes carregadas**
 - Correntes neutras
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos

- Do lagrangeano de interação concluímos que os vértices relevantes são os indicados na figura



- Um exemplo típico é o decaimento do muão

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$



Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

- Derivada covariante
- Representações
- **Correntes carregadas**
- Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- O cálculo deste processo no limite das baixas energias dá uma amplitude

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{8M_W^2} \left[\bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \mu \right] \left[\bar{e} \gamma_\alpha (1 - \gamma_5) \nu_e \right]$$

que coincide com a amplitude do modelo fenomenológico das interações fracas de Feynman e Gell-Mann, se identificarmos

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$

onde G_F é a constante de Fermi.

- Isto permite obter uma estimativa de massa do W . Obtemos

$$\begin{aligned} M_W^2 &= \frac{g^2}{4\sqrt{2}G_F} = \frac{e^2}{4\sqrt{2}G_F} \frac{1}{\sin^2 \theta_W} \text{ GeV} \\ &= \left(\frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta_W} = \frac{(37.5 \text{ GeV})^2}{\sin^2 \theta_W} \end{aligned}$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• **Correntes carregadas**

• Correntes neutras

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- Para o presente valor $\sin^2 \theta_W \simeq 0.23$ obtemos

$$M_W \simeq 78 \text{ GeV}$$

- Este valor está um pouco abaixo do valor experimental atualmente aceite

$$M_W = 80.37 \pm 0.17 \text{ GeV}$$

- A diferença está no facto de que a expressão anterior é somente válida na aproximação de Born (nível árvore). Com a introdução das correções radiativas ela passa-se a escrever

$$M_W^2 = \left(\frac{\pi\alpha}{\sqrt{2}G_F} \right) \frac{1}{\sin^2 \theta_W} \frac{1}{1 - \Delta r}$$

onde Δr encerra as correções de ordem superior.

- Atualmente o valor para Δr é

$$\Delta r = 0.06$$

o que faz subir M_W para o valor para o indicado

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
 - Derivada covariante
 - Representações
 - Correntes carregadas
 - **Correntes neutras**
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos

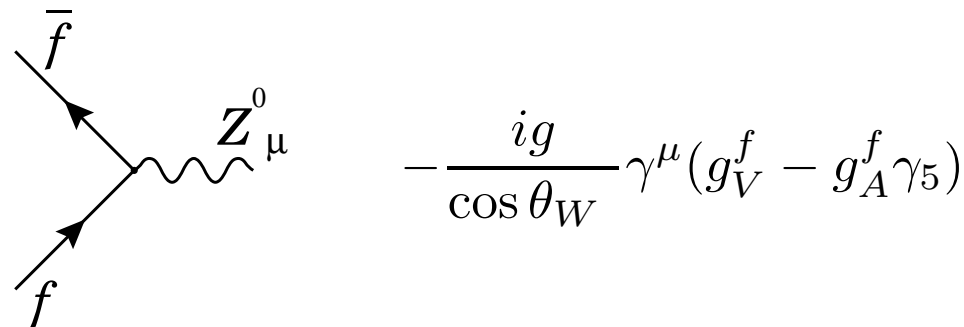
- É usual escrever a interação do Z^0 numa forma aplicável a qualquer fermião f . Para isso escrevemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{int}}^Z &= -\frac{g}{\cos \theta_W} \left[\bar{\nu}_e \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma_5) \nu_e + \bar{e} \gamma^\mu (g_V^e - g_A^e \gamma_5) e \right] Z^\mu \\ &\quad + \text{termos iguais para os outros leptões} \\ &= -\frac{g}{\cos \theta_W} \sum_f \bar{\psi}_f \gamma^\mu (g_V^f - g_A^f \gamma_5) \psi_f Z_\mu \end{aligned}$$

onde

$$g_V^f = \frac{1}{2} T_3^f - Q^f \sin^2 \theta_W \quad ; \quad g_A^f = \frac{1}{2} T_3^f$$

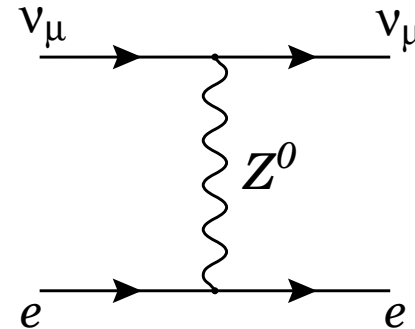
- Este lagrangeano dá então origem ao vértice



- Um exemplo típico é a difusão elástica

$$\nu_\mu + e \rightarrow \nu_\mu + e$$

a que corresponde o diagrama



- A amplitude para baixas energias é

$$\mathcal{M} = \frac{g^2}{4 \cos^2 \theta_W M_Z^2} \left[\bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 - \gamma_5) \nu_\mu \right] \left[\bar{e} \gamma_\alpha (g_V^e - g_A^e \gamma_5) e \right]$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

• Derivada covariante

• Representações

• Correntes carregadas

• **Correntes neutras**

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

- Usando as equações para as massas do W e Z conclui-se que

$$M_W^2 = M_Z^2 \cos^2 \theta_W$$

e portanto podemos escrever a amplitude na forma

$$\mathcal{M} = \sqrt{2}G_F \left[\bar{\nu}_\mu(1 - \gamma_5)\nu_\mu \right] \left[\bar{e}\gamma_\alpha(g_V^e - g_A^e\gamma_5)e \right]$$

- Foi a descoberta experimental do processo anterior e também do processo

$$\nu_e + e \rightarrow \nu_e + e$$

mediados pela corrente neutra que constituíram a primeira validação, antes da experiências do LEP, do modelo de Glashow-Weinberg-Salam.

A introdução dos quarks

[Sumário](#)

[Estratégia](#)

[O sector de gauge](#)

[Os leptões](#)

Os quarks

[A massa dos Leptões](#)

[Exemplos](#)

- As interações fracas dos hádrões podem ser explicitadas a partir das interações fracas dos quarks. Nós faremos as seguintes hipóteses:
 - i) Os quarks aparecem em diferentes sabores. Experimentalmente necessitam-se de 6: $u, d, s, c, b, e t$.*
 - ii) Para cada sabor os quarks aparecem em 3 cores distintas, mas os hádrões são singletos de cor.*
 - iii) As correntes eletromagnéticas e fracas são singletos de cor e atuam somente no espaço dos sabores.*

- Uma vez expostas as nossas hipóteses, que incorporam o que é conhecido experimentalmente, vamos agora especificar as propriedades de transformação dos quarks, de helicidades esquerda e direita, sob a ação do grupo $SU(2) \times U(1)$. Para isso damos os valores de T^3 e Y na tabela

	u_L	d_{cL}	c_L	s_{cL}	u_R	d_R	c_R	s_R	t	b
T^3	1/2	-1/2	1/2	-1/2	0	0	0	0	1/2	-1/2
Y	1/3	1/3	1/3	1/3	4/3	-2/3	4/3	-2/3	4/3	-2/3
Q	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3	2/3	-1/3

A introdução dos quarks

- [Sumário](#)
- [Estratégia](#)
- [O sector de gauge](#)
- [Os leptões](#)
- [Os quarks](#)
- [A massa dos Leptões](#)
- [Exemplos](#)

- Nesta tabela d_c e s_c são as seguintes misturas de d e s

$$\begin{cases} d_c &= \cos \theta_c d + \sin \theta_c s \\ s_c &= -\sin \theta_c d + \cos \theta_c s \end{cases}$$

onde θ_c é o ângulo de Cabibbo, conforme discutido anteriormente.

- Com a introdução dos quarks b e t , a matriz de rotação 2×2 entre d e s deve ser generalizada para uma matriz de rotação 3×3 no espaço d, s e b , a chamada matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Isto será explicado mais à frente quando falarmos das massas dos quarks. Em primeira aproximação é contudo verdade que o efeito dominante é a rotação de Cabibbo, isto é, consideramos só a mistura entre d e s .
- Dentro desta aproximação as representações de $SU_L(2)$ são

$$\begin{pmatrix} u \\ d_c \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} c \\ s_c \end{pmatrix}_L ; \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L ; u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$$

- Usando a analogia com os leptões e os valores da tabela, é fácil escrever o lagrangeano de interação

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{quarks}} = & -\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma_5)d_c W_\mu^+ - \frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{d}_c\gamma^\mu(1-\gamma_5)u W_\mu^- \\
 & + \left(\frac{2}{3}e\bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3}e\bar{d}_c\gamma^\mu d_c \right) A_\mu \\
 & - \frac{g}{\cos\theta_W} \left(\frac{1}{2}\bar{u}_L\gamma^\mu u_L - \frac{1}{2}\bar{d}_{cL}\gamma^\mu d_{cL} \right) Z_\mu \\
 & + \tan\theta_W \left(\frac{2}{3}e\bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3}e\bar{d}_c\gamma^\mu d_c \right) Z_\mu \\
 & + \begin{pmatrix} u & \rightarrow c \\ d_c & \rightarrow s_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u & \rightarrow t \\ d_c & \rightarrow b \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

[Sumário](#)
[Estratégia](#)
[O sector de gauge](#)
[Os leptões](#)
[Os quarks](#)
[A massa dos Leptões](#)
[Exemplos](#)

- O que se escreve na forma

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\text{int}}^{\text{quarks}} = & -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left[\bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma_5)d_c + \bar{c}\gamma^\mu(1-\gamma_5)s_c + \bar{t}\gamma^\mu(1-\gamma_5)b \right] W_\mu^+ \\
 & -\frac{g}{2\sqrt{2}} \left[d_c\gamma^\mu(1-\gamma_5)\bar{u} + \bar{s}_c\gamma^\mu(1-\gamma_5)\bar{c} + \bar{b}\gamma^\mu(1-\gamma_5)\bar{t} \right] W_\mu^- \\
 & + e \left[\frac{2}{3}\bar{u}\gamma^\mu u + \frac{2}{3}\bar{c}\gamma^\mu c + \frac{2}{3}\bar{t}\gamma^\mu t - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma^\mu d - \frac{1}{3}\bar{s}\gamma^\mu s - \frac{1}{3}\bar{b}\gamma^\mu b \right] A_\mu \\
 & -\frac{g}{\cos\theta_W} \sum_{f=\text{quarks}} \bar{f}\gamma^\mu(g_V^f - g_A^f\gamma_5)f Z_\mu
 \end{aligned}$$

- Notar que a interação mediada pela corrente carregada tem exatamente a forma encontrada fenomenologicamente por Cabibbo para os acoplamentos semi-leptónicos $\Delta S = 0, 1$.
- Por outro lado a corrente neutra obedece à regra de seleção $\Delta S = 0$, isto é, o mecanismo de GIM está incorporado no modelo.

[Sumário](#)[Estratégia](#)[O sector de gauge](#)[Os leptões](#)[Os quarks](#)[A massa dos Leptões](#)[Exemplos](#)

- ❑ O lagrangeano anterior descreve portanto as interações fracas e eletromagnéticas dos quarks, isto é as correspondentes ao grupo de simetria $SU_L(2) \times U_Y(1)$
- ❑ As interações fortes são explicadas pela teoria de gauge da cor, isto a Cromodinâmica Quântica (QCD). Esta é a teoria de gauge do grupo $SU(3)_{\text{cor}}$.
- ❑ De acordo com as nossas hipóteses os geradores de $SU(3)_{\text{cor}}$ devem comutar com os de $SU_L(2) \times U_Y(1)$.
- ❑ Portanto o grupo *fenomenológico* que descreve as interações fracas, eletromagnéticas e fortes é

$$G = SU(3)_{\text{cor}} \times SU(2)_L \times U(1)_Y$$

- Como as transformações do grupo $SU(2) \times U(1)$ tratam de forma diferente as duas helicidades, um termo de massa para os leptões não é invariante sob a ação de $SU(2) \times U(1)$

- De facto

$$\mathcal{L}_{\text{massa electrão}} = -m_e \bar{e}e = -m_e (\bar{e}_R e_L + \bar{e}_L e_R)$$

e numa transformação de $U(1)$, por exemplo, obtemos

$$\delta_Y \mathcal{L}_{\text{massa electrão}} = -m_e \frac{i}{2} \varepsilon (\bar{e}_R e_L - \bar{e}_L e_R) \neq 0$$

- A maneira de resolver esta dificuldade é exigir que antes da quebra espontânea de simetria os leptões não tenham massa e que seja o próprio mecanismo de quebra de simetria que dê origem à massa.
- Isto é possível mediante novas interações a juntar ao lagrangeano entre os leptões e os escalares, ditos campos de Higgs. Para formarmos termos de massa para os leptões carregados, temos portanto de construir primeiro um termo no lagrangeano que seja invariante para $SU_L(2) \times U_Y(1)$

- Fazemos isso primeiro para o eletrão. Com o dubleto E_L e o dubleto de Higgs ϕ podemos formar um singlete de $SU_L(2)$. Por outro lado

$$Y(E_L) = -1, \quad Y(\phi) = +1$$

pelo que um termo de forma $E_L^\dagger \phi$ é singlete de $SU_L(2)$ e tem hipercarga fraca

$$Y(E_L^\dagger \phi) = Y(E_L^\dagger) + Y(\phi) = +2$$

- Mas $E_L^\dagger \phi$ não é invariante de Lorentz, pois falta um spinor de helicidade direita. Notando que

$$Y(e_R) = -2$$

concluimos que o lagrangeano invariante de Lorentz e invariante para $SU_L(2) \times U(1)$ é

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -f_e \bar{E}_L \phi e_R + \text{h.c.}$$

onde f_e é uma constante de acoplamento sem dimensões.

- Para vermos que este lagrangeano dá massa ao eletrão, notemos que quando se dá o fenómeno de quebra espontânea de simetria temos

$$\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \dots$$

- Obtemos assim (tomamos f_e real)

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -f_e v (\bar{e}_R e_L) + \dots$$

donde se conclui que

$$f_e = \frac{m_e}{v} = 2.8 \times 10^{-6}$$

- A introdução do muão e do tau é agora trivial. Há contudo um detalhe que vale a pena explicar. O lagrangeano mais geral que dá massa aos leptões carregados é

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{i,j=1}^3 f_{ij} \bar{E}(i) \phi e_R(j), \quad \text{onde } e(1) = e; e(2) = \mu; e(3) = \tau$$

- ❑ Em geral a matriz f_{ij} não é diagonal. Para encontrarmos os estados físicos teríamos de diagonalizar a matriz de massa
- ❑ Contudo, se os neutrinos não tiverem massa é sempre possível redefinir os campos dos neutrinos e acabar com novos campos que são diagonais tanto na matriz de massa como nos termos de interação, tal como fizemos em

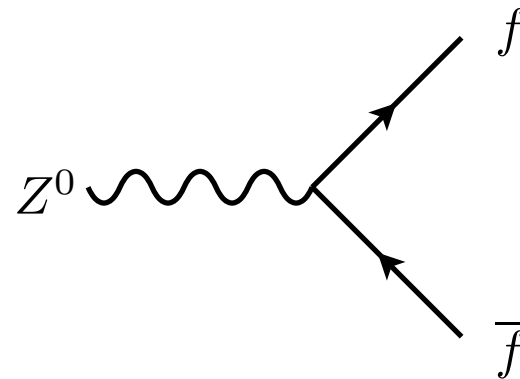
$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = - \sum_{i=1}^3 f_i \bar{E}_L(i) \phi e_R(i)$$

- ❑ Para este argumento é essencial que $m_\nu = 0$. Como veremos não é possível utilizar o mesmo argumento para os quarks resultando daí a matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)
- ❑ Hoje sabe-se que, embora muito pequena (menor que 1 eV), os neutrinos têm massa. Para explicar a massa dos neutrinos é preciso generalizar o modelo standard, aparecendo então o equivalente à matriz CKM.
- ❑ Nós neste curso introdutório vamos continuar a considerar que os neutrinos não têm massa o que é uma aproximação muito boa para as experiências nos aceleradores.

- Estamos em condições de efetuar um primeiro exemplo. Consideremos então

$$Z^0 \rightarrow f \bar{f}$$

- Aqui f é qualquer fermião do modelo standard com exclusão do quark t , pois esta partícula descoberta recentemente, tem uma massa $m_t \simeq 172.9 \text{ GeV}$ e portanto $m_t > M_Z$ o que quer dizer que o Z^0 não pode decair em $t\bar{t}$.
- O diagrama de Feynman é o mesmo que o vértice



- A que corresponde a amplitude

$$\mathcal{M} = \frac{g}{\cos \theta_W} \epsilon_\mu(k, \lambda) \bar{u}(q_1) \gamma^\mu \left(g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) v(q_2)$$

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos
 - $Z \rightarrow f \bar{f}$
 - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- A largura de decaimento é então dada por

$$\Gamma = \int \frac{1}{2M_Z} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle (2\pi)^4 \delta^4(k - q_1 - q_2) \prod_{i=1}^2 \frac{d^3 q_i}{(2\pi)^3 2E_i}$$

- Para simplificar as contas, e porque é uma aproximação muito boa ($M_Z \gg m_f$), vamos desprezar as massas dos fermiões nos cálculos.
- No referencial em que o Z^0 está em repouso obtemos facilmente

$$\frac{d\Gamma}{d\Omega} = \frac{1}{64\pi^2} \frac{1}{M_Z} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$$

pelo que só nos falta calcular o valor médio do quadrado da amplitude.

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{1}{3} \sum_{\text{spins}} |M|^2 \\ &= \frac{1}{3} \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 \sum_{\lambda} \epsilon^{\mu}(k, \lambda) \epsilon^{*\nu}(k, \lambda) \text{Tr} \left[\not{q}_1 \gamma_{\mu} \left(g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) \not{q}_2 \gamma_{\nu} \left(g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) \right] \end{aligned}$$

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos
 - $Z \rightarrow f\bar{f}$
 - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_{\mu}$

- Usando agora

$$\sum_{\lambda} \epsilon^{\mu}(k, \lambda) \epsilon^{*\nu}(k, \lambda) = -g^{\mu\nu} + \frac{k^{\mu} k^{\nu}}{M_Z^2}$$

e calculando o traço das matrizes γ (ver Problemas)

$$\begin{aligned} & \text{Tr} \left[\not{q}_1 \gamma_{\mu} \left(g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) \not{q}_2 \gamma_{\nu} \left(g_V^f - g_A^f \gamma_5 \right) \right] \\ &= 4 \left[\left(g_V^{f2} + g_A^{f2} \right) \left(q_{1\mu} q_{2\nu} + q_{1\nu} q_{2\mu} - g_{\mu\nu} q_1 \cdot q_2 \right) - 2i \epsilon^{\alpha\beta}{}_{\mu\nu} q_{1\alpha} q_{2\beta} g_V^f g_A^f \right] \end{aligned}$$

- $$\langle |M|^2 \rangle = \frac{4}{3} \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 M_Z^2 \left[g_V^{f2} + g_A^{f2} \right]$$

- A largura será então (a integração em Ω dá 4π)

$$\Gamma = \frac{M_Z}{12\pi} \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 \left[g_V^{f2} + g_A^{f2} \right]$$

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos
 - $Z \rightarrow f\bar{f}$
 - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos
 - $Z \rightarrow f\bar{f}$
 - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Este resultado costuma ser apresentado em termos da constante de Fermi

$$\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2} = \left(\frac{g}{\cos \theta_W} \right)^2 \frac{1}{8M_Z^2}, \quad M_W = M_Z \cos \theta_W$$

onde se usou a relação entre as massas do Z^0 e do W^\pm no modelo padrão

- Daqui resulta

$$\Gamma = \frac{2G_F M_Z^3}{3\sqrt{2}\pi} \left[g_V^f{}^2 + g_A^f{}^2 \right]$$

- Isto dá, por exemplo, para os eletrões

$$\Gamma(Z \rightarrow e^+e^-) \simeq 83.4 \text{ MeV}$$

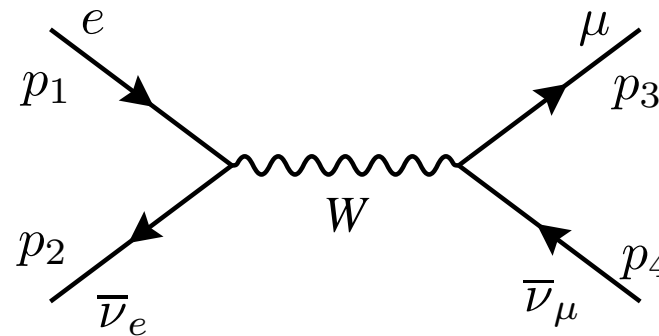
- que podemos comparar com o valor do PDG

$$\begin{aligned} \Gamma(Z \rightarrow e^+e^-) &= \Gamma_Z \times \text{Br}(Z \rightarrow e^+e^-) \\ &= (2.4952 \pm 0.0023) \times 10^3 \times (3.363 \pm 0.004) \times 10^{-2} \text{ MeV} \\ &= (83.914 \pm 0.127) \text{ MeV} \end{aligned}$$

Colisão $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos
 - $Z \rightarrow f\bar{f}$
 - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Consideremos a colisão $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$. Será instrutivo para ver como o W vem curar os problemas da teoria corrente-corrente.
- Para simplificar vamos supor que a energia no CM é tal que se podem desprezar todas as massas dos leptões mas não M_W nem Γ_W
- Em ordem mais baixa de teoria de perturbações temos o diagrama



- A amplitude escreve-se

$$\mathcal{M} = i \left(\frac{ig}{\sqrt{2}} \right)^2 \bar{v}(p_2) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} u(p_1) \frac{-ig_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{M_W^2}}{q^2 - M_W^2 + iM_W \Gamma_W} \bar{u}(p_3) \gamma^\nu \frac{1 - \gamma_5}{2} v(p_4)$$

onde $q = p_1 + p_2$ e Γ_W é a largura de decaimento do W .

- Usando o facto de que estamos a desprezar as massas dos leptões, o termo no numerador do propagador do W anula-se por aplicação da equação de Dirac (por exemplo $\not{p}_1 u(p_1) = 0$, etc). Usando $G_F/\sqrt{2} = g^2/8M_W^2$ obtemos

$$\mathcal{M} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \frac{M_W^2}{s - M_W^2 + iM_W\Gamma_W} \bar{v}(p_2)\gamma^\mu(1-\gamma_5)u(p_1)\bar{u}(p_3)\gamma^\mu(1-\gamma_5)v(p_4)$$

- Calculamos agora $\langle |\mathcal{M}|^2 \rangle$ não esquecendo que o antineutrino tem só uma polarização. Obtemos (ver Problemas)

$$\begin{aligned} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle &= \frac{G_F^2}{2} \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2\Gamma_W^2} \frac{1}{2} \text{Tr}[\not{p}_2\gamma^\mu(1-\gamma_5)\not{p}_1\gamma^\nu(1-\gamma_5)] \\ &\quad \times \text{Tr}[\not{p}_3\gamma_\mu(1-\gamma_5)\not{p}_4\gamma_\nu(1-\gamma_5)] \\ &= \frac{G_F^2}{2} \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2\Gamma_W^2} 128 (p_1 \cdot p_4)^2 \\ &= \frac{G_F^2}{2} \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2\Gamma_W^2} 8s^2(1 + \cos\theta)^2 \end{aligned}$$

- Usámos a cinemática,

$$p_1 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, 1), \quad p_2 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, 0, 0, -1),$$

$$p_3 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \sin \theta, 0, \cos \theta), \quad p_4 = \frac{\sqrt{s}}{2}(1, \sin \theta, 0, -\cos \theta)$$

- Obtemos então para a secção eficaz diferencial no CM

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{d\Omega} &= \frac{1}{64\pi^2 s} \langle |\mathcal{M}|^2 \rangle \\ &= \frac{G_F^2 s}{16\pi^2} \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2} (1 + \cos \theta)^2 \end{aligned}$$

- Finalmente integrando no ângulo sólido obtemos

$$\sigma = \frac{1}{3} \frac{G_F^2 s}{\pi} \frac{M_W^4}{(s - M_W^2)^2 + M_W^2 \Gamma_W^2}$$

Sumário

Estratégia

O sector de gauge

Os leptões

Os quarks

A massa dos Leptões

Exemplos

• $Z \rightarrow f\bar{f}$

• $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

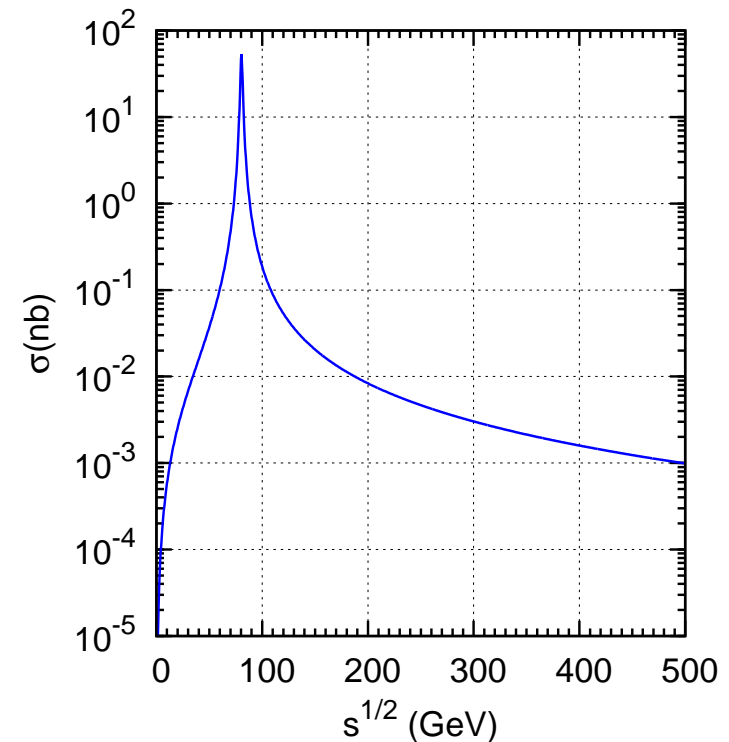
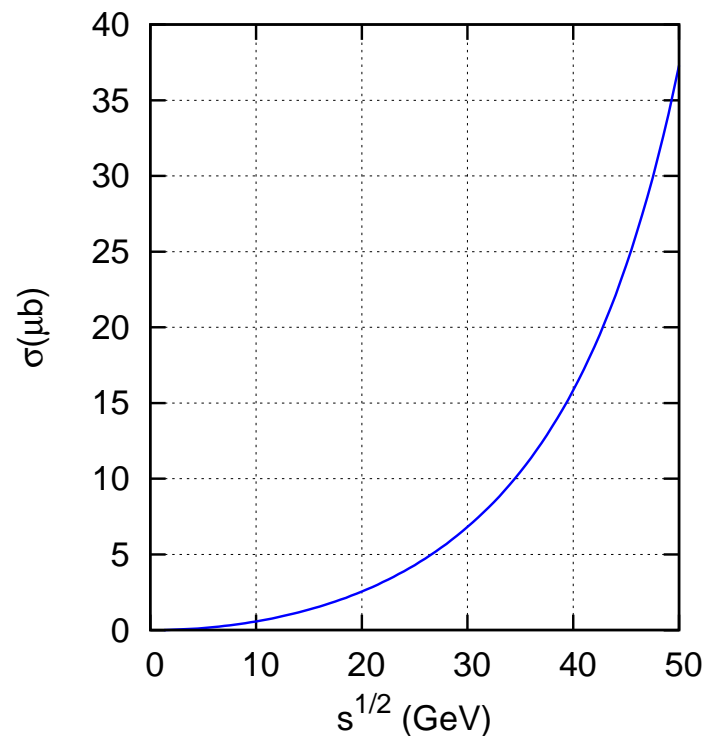
Colisão $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$

- Para $m_e, m_\mu \ll \sqrt{s} \ll M_W$ a secção eficaz cresce como

$$\sigma \simeq \frac{1}{3} \frac{G_F^2 s}{\pi}$$

- Depois para valores maiores, o propagador do W começa a ser importante e a unitariedade não é violada. Para $\sqrt{s} \gg M_W$ temos

$$\sigma \simeq \frac{1}{3} \frac{G_F^2 M_W^4}{\pi s}$$



- Sumário
- Estratégia
- O sector de gauge
- Os leptões
- Os quarks
- A massa dos Leptões
- Exemplos
 - $Z \rightarrow f\bar{f}$
 - $e^- \bar{\nu}_e \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$