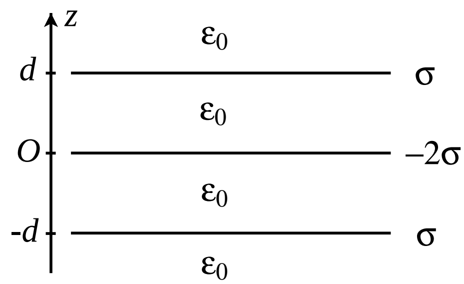
Lei de Gauss, Condutores e Condensadores

Problemas Resolvidos

II.1 1º teste 2005/2006
Considere o sistema de 3 planos **infinitos** paralelos com as densidades de carga indicadas na figura. As distância entre os planos é d conforme indicado e o espaço entre os planos é o vazio.



a) Calcule $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço.

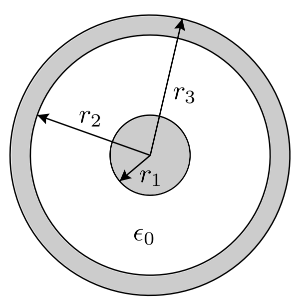
b) Calcule a diferença de potencial entre o plano superior e o do meio.

c) Verifique a relação de descontinuidade para o vector $\vec{E}$ no plano intermédio.

d) Determine o potencial electrostático para $0 < z < d$ admitindo que o potencial é nulo para $z = 0$. Qual o valor do potencial para $z < 0$?

   Resolução

II.2 1º teste 2005/2006
Considere dois **condutores esféricos**, concêntricos com a geometria indicada na figura. Os condutores encontram-se aos potenciais ϕ_1 (condutor interior) e ϕ_2 (condutor exterior), com $\phi_1 > \phi_2$.



Calcular:

a) O campo eléctrico e o potencial electrostático no espaço entre os condutores.

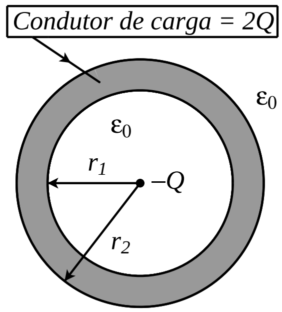
b) O campo eléctrico e o potencial no exterior do sistema.

c) Faça um gráfico aproximado do campo eléctrico e do potencial para $0 < r < \infty$.

d) A carga q_1 no condutor interior em função dos potenciais ϕ_1 e ϕ_2.

Resolução

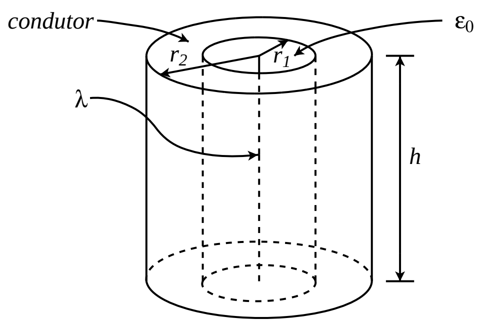
II.3 1º teste 2004/2005
Considere um **condutor** preenchendo o espaço entre as superfícies esféricas concêntricas de raios r_1 e r_2. No centro das superfícies esféricas encontra-se uma carga pontual de valor $-Q$. A **carga total** no condutor esférico é $2Q$. O espaço interior e exterior ao condutor é o vazio (constante ε_0).



1. Determine o campo vectorial $\vec{E}$ em todo o espaço, $0 < r < \infty$.
2. Determine o potencial electrostático ϕ, em todo o espaço, $0 < r < \infty$.
3. Determine a densidade de carga σ_2 na superfície exterior ($r = r_2$) do condutor.
4. Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ com r.

Resolução

II.4
Considere um **condutor cilíndrico infinito** compreendido entre os raios de r_1 e r_2, conforme indicado na figura. O condutor tem carga total nula. No eixo do cilindro encontra-se um fio, também **infinito**, carregado com densidade de carga uniforme $\lambda > 0$. Na figura encontra-se representada (para efeitos de visualização) uma secção de altura h deste **conjunto de altura infinita**.



a) Determine o campo $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço entre $0 < r < \infty$, onde r é a distância ao eixo.

b) Determine as densidades de carga de σ_1 e σ_2 nas superfícies interior ($r = r_1$) e exterior ($r = r_2$) do condutor. Verifique a discontinuidade da componente normal de $\vec{E}$ na superfície $r = r_2$.

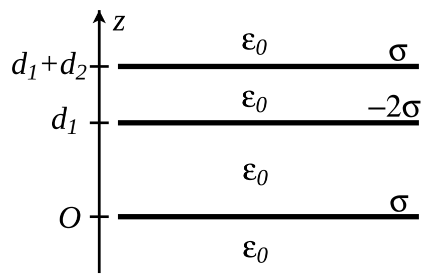
c) Considere que o condutor está ao potencial zero. Determine o potencial electrostático em todos os pontos do espaço entre $0 < r < \infty$.

d) Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ e ϕ com r para $0 < r < \infty$.

Resolução

Outros Problemas

II.5 1º teste 2004/2005
Considere o sistema de 3 planos infinitos paralelos com as densidades de carga indicadas na figura. As distância entre os planos são d_1 e d_2 e o espaço entre os planos é o vazio.



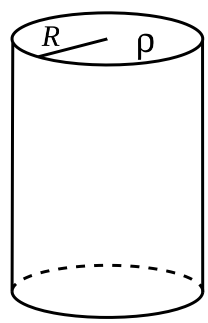
a) Calcule $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço.

b) Calcule a diferença de potencial entre o plano superior e o do meio.

c) Verifique a relação de descontinuidade para o vector $\vec{E}$ no plano intermédio.

d) Determine o potencial electrostático para $0 < z < d_1 + d_2$ admitindo que o potencial é nulo para $z = 0$. Qual o valor do potencial para $z < 0$?

II.6 1º teste 2003/2004
Considere um cilindro **infinito** de raio R, **uniformemente** electrizado em volume com densidade ρ.



Calcule:

a) O campo $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço ($0 < r < \infty$);

b) o potencial dum ponto situado sobre o eixo do cilíndro, sabendo que $\phi(2R) = 0$;

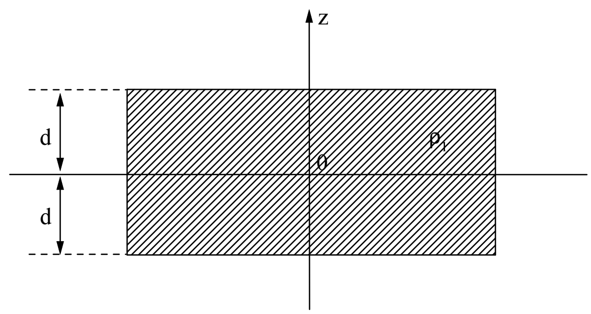
c) verifique a equação para a divergência de $\vec{E}$ para $0 < r < R$.

Obs.: Em coordenadas cilíndricas,

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rE_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial E_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial E_z}{\partial z}$$

II.7 Exame 2003/2004

Suponha que o espaço compreendido entre os planos $z = -d$ e $z = +d$ se encontra uniformemente electrizado em volume com densidade ρ_1.



a) Indique, justificando, como são as linhas do campo electrostático $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço.

b) Determine o campo $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço.

c) Calcule o potencial em todos os pontos do espaço, supondo $\phi(z = 0) = 0$. Desenhe os gráficos de $\vec{E}$ e $\phi(z)$ em função de z.

d) Calcule o trabalho necessário para transportar uma carga Q de $z = -2d$ até $z = 2d$.

e) Verifique a equação de Poisson (equação para a divergência de $\vec{E}$).