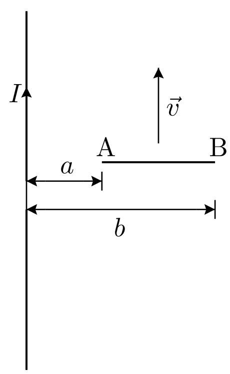
Problemas Capítulo 3

Lei de Faraday

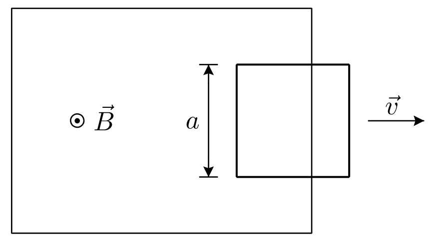
***3.1** Temos uma barra condutora AB que se move com velocidade $\vec{v}$ constante, mantendo-se paralela a um fio rectilíneo infinito percorrido por uma intensidade de corrente I. Determinar a f.e.m. induzida na barra e a diferença de potencial entre os extremos.



***3.2** Um circuito composto de N espiras paralelas e ligadas entre si, cada uma de área S, é colocado perpendicularmente a um campo magnético uniforme alternado que varia com o tempo: $B = B_0 \sin \omega t$. Calcule a f.e.m. induzida no circuito.

***3.3** Considere um circuito rectangular de lados a e b, num campo magnético $\vec{B}$ (perpendicular ao plano do circuito) uniforme, mas variável no tempo, de acordo com $dB/dt = K$. Calcule a força electromotriz induzida no circuito e indique o sentido da corrente induzida. Determine, ainda, o valor médio da componente do campo eléctrico paralela a cada troço do circuito.

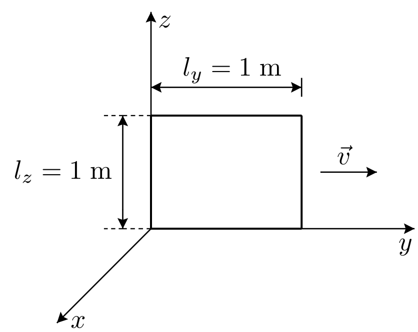
***3.4** Uma espira quadrada, de resistência R e coeficiente de auto-indução $L \approx 0$, desloca-se com velocidade v constante através de uma região quadrada onde existe um campo $\vec{B}$ uniforme perpendicular ao plano da figura e *para cá* (ver figura).



a) Mostre que, ao entrar e ao sair da região onde existe $\vec{B}$, a espira fica sujeita a uma força de sentido oposto ao movimento e grandeza proporcional a v.
b) Para manter a velocidade v constante é, pois, necessário realizar trabalho. Mostre que esse trabalho é dissipado sob a forma de efeito de Joule.

***3.5** Uma barra metálica de comprimento L move-se com uma velocidade $\vec{v}$ na direcção perpendicular ao seu eixo e a um campo de indução magnética constante $\vec{B}$.
a) Escreva a expressão da força que actua as cargas da barra, devido ao movimento desta.
b) Qual é o campo eléctrico (direcção e módulo) devido à separação das cargas produzida pelo movimento?
c) Qual é a diferença de potencial entre os extremos da barra?

***3.6** A espira rectangular representada na figura tem uma resistência $R = 0.2\ \Omega$, $L \approx 0$, e as dimensões aí indicadas. Desloca-se na direcção do eixo y com velocidade constante $v = 2$ ms^{-1} através de uma região em que o campo magnético é dado por $B_y = B_z = 0$, $B_x = 6 - y$ (SI). Sabendo que no instante inicial a espira está na posição indicada, determine: a) A f.e.m. induzida na espira. b) A intensidade da corrente induzida. c) O sentido da corrente induzida.



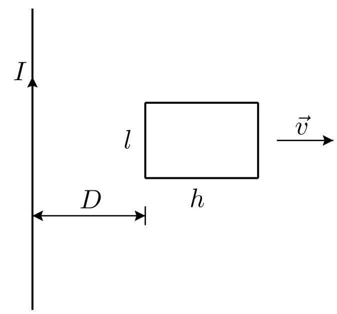
***3.7** Um campo magnético horizontal é produzido entre os pólos de um magnete de ferro. Deixa-se cair um circuito quadrado de lado l, resistência R e massa m, nesse campo.

a) Mostre que, quando apenas um dos lados da espira se encontra no interior do campo, este introduz um efeito de atrito idêntico ao de um fluido viscoso, onde a resistência ao movimento é proporcional à velocidade.

b) Determine a velocidade limite atingida pelo circuito. Como varia esta velocidade, se a área do quadrado duplicar?

***3.8** Um electromagnete muito grande tem um coeficiente de indução de 5 H. Se uma corrente de 10 A percorre as bobinas, qual é a energia armazenada? Se a corrente baixar para 1 A em 1/20 s, qual é a voltagem induzida?

***3.9** O rectângulo da figura junta afasta-se com uma velocidade v dum fio muito longo percorrido pela corrente I. Fio e rectângulo mantêm-se coplanares.

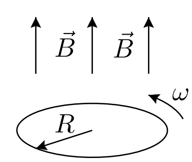


a) Calcule a f.e.m. induzida no rectângulo, se a distância do fio do rectângulo mais próximo ao fio infinito for D para $t = 0$?

b) Calcule o coeficiente de indução mútua entre os dois circuitos em função do tempo.

c) Calcule a f.e.m. induzida se tivermos $I = I_0 \cos \omega t$, mantendo o rectângulo fixo.

3.10 O disco metálico da figura (disco de Faraday) gira com um velocidade angular ω.



Calcular a diferença de potencial que aparece entre o centro e a periferia do disco, na presença de um campo magnético uniforme e constante, de indução $\vec{B}$ perpendicular ao disco.

Equações de Maxwell

3.11 Considere um condensador nas condições do Exemplo 3.6. Como vimos, os campos podem escrever-se (sinais colocados de acordo com a Fig. 3.7):

$$\vec{E} = -E(r)\sin\omega t\ \vec{e}_z$$
$$\vec{B} = -B(r)\cos\omega t\ \vec{e}_\varphi\ .$$

a) Usando as equações de Maxwell para os rotacionais em coordenadas cilíndricas (ver Apêndice), mostre que $E(r)$ e $B(r)$ obedecem às equações

$$\frac{d^2E(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{dE(r)}{dr} + \frac{\omega^2}{c^2}E(r) = 0$$
$$\frac{d^2B(r)}{dr^2} + \frac{1}{r}\,\frac{dB(r)}{dr} + \left(\frac{\omega^2}{c^2} - \frac{1}{r^2}\right)B(r) = 0\ .$$

b) Usando a forma geral da equação de Bessel,

$$x^2 J_n''(x) + xJ_n'(x) + \left(x^2 - n^2\right)J_n(x) = 0\ ,$$

mostre que

$$E(r) = \frac{V_0}{d}J_0\left(\frac{\omega r}{c}\right), B(r) = \frac{V_0}{cd}J_1\left(\frac{\omega r}{c}\right)\ .$$

c) Use a expansão em série das funções de Bessel:

$$J_n(x) = \sum_{l=0}^{\infty}\frac{(-1)^l}{2^{2l+n}\,l!\,(n+l)!}\,x^{2l+n}$$

para verificar as expansões dos campos nas Eqs. (3.48) e (3.49).

3.12 No caso de campos variáveis continuaremos a utilizar as condições fronteira $E_{1t} = E_{2t}$ e $H_{1t} = H_{2t}$ ($\vec{J} = 0$), embora os rotacionais de $\vec{E}$ e $\vec{H}$ sejam diferentes de zero. Mostre que é correcta essa utilização.

3.13 Num condutor, a densidade de carga eléctrica ρ obedece à equação

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{\sigma}{\epsilon}\,\rho = 0.$$

Deduza a equação e mostre que qualquer acumulação de carga desaparece num tempo caracterizado por $\tau = \epsilon/\sigma$ segundos.

***3.14** Calcule a frequência para a qual a água do mar apresenta uma corrente de deslocamento igual à corrente de condução no seu interior. Use: $\sigma_{\text{água}} \approx 5 \times 10^{-3}$S/m e $\epsilon_{\text{água}} \approx 80\epsilon_0$.

Cargas em movimento

3.15 Considere uma molécula representada, classicamente, por um simples oscilador harmónico de frequência própria ω_0, massa m e carga q. O sistema oscila no plano (x, y). Determinar a(s) frequência(s) de oscilação na presença de um campo magnético uniforme e constante, paralelo ao eixo dos z. (Este modelo simples dá-nos uma representação clássica do conhecido efeito de Zeeman, desdobramento das riscas espectrais, na presença de um campo magnético exterior).