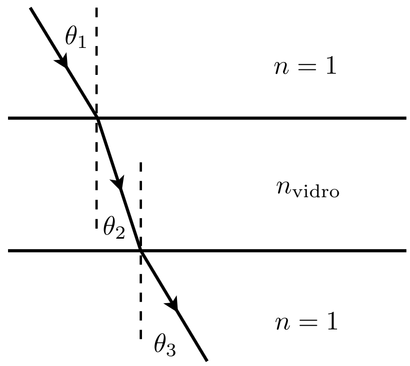
Reflexão, Refracção e Interferências

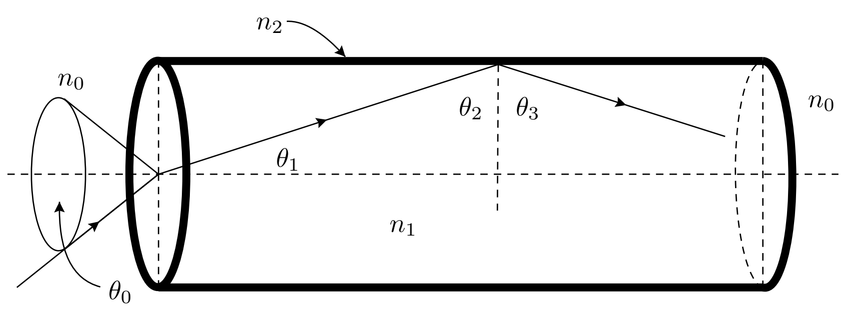
Problemas Resolvidos

VII.1 1º Exame 2005/2006
Considere uma lâmina de vidro de faces paralelas, imersa no ar que consideramos ter índice de refracção $n = 1$. Sobre essa lâmina incide uma onda com ângulo de incidência θ_1, conforme indicado na figura. O raio que sai da lâmina faz um ângulo θ_3 com a normal à lâmina.



a) Mostre que o raio incidente é paralelo ao raio transmitido, isto é, $\theta_1 = \theta_3$.
b) Vimos que quando a onda incidente numa superfície de separação está polarizada linearmente com o campo $\vec{E}$ paralelo ao plano de incidência (o plano formado pelo vector de onda da onda incidente e pela normal ao plano de separação) não há onda reflectida quando $i_B + r = \pi/2$, sendo i_B o ângulo de Brewster. Exprima o ângulo de Brewster em função do índice de refracção do vidro para a incidência na superfície ar→vidro.
c) Mostre que nas condições da alínea b) se $\theta_1 = i_B$, então não há onda reflectida nem para a incidência na superfície ar→vidro nem para a incidência na superfície vidro→ar (face inferior da lâmina).
d) Mostre que para qualquer ângulo de incidência $0 \leq \theta_1 < \pi/2$, nunca há reflexão total na superfície inferior da lâmina de faces paralelas.
Resolução

VII.2 1º Exame 2005/2006
Uma fibra óptica é constituída por um núcleo central de índice n_1 revestida por um outro material (*cladding*) de índice $n_2 < n_1$, conforme indicado na figura onde se representa um troço de fibra cilíndrica.



a) Designa-se por *cone de aceitância* (ver figura) duma fibra óptica, o cone de abertura $\theta_0^{\max}$, com eixo coincidente com o da fibra, tal que toda a luz incidente com ângulos $\theta_0 < \theta_0^{max}$ permanece dentro da fibra sendo, portanto, guiada para a outra extremidade. Determine $\theta_0^{\max}$ em função de n_0 (o meio exterior), n_1 (a fibra propriamente dita) e n_2 (o revestimento).
b) Determine $\theta_0^{\max}$ para a fibra com $n_1 = 1.5$ e $n_2 = 1.4$ imersa no vazio, isto é, $n_0 = 1$. Considere agora que mergulha a fibra em água ($n_0 = 1.33$) e faz incidir luz com $\theta_0 = \theta_0^{\max}(vazio)$. Que acontece? Justifique. Mesmo que não tenha resolvido a alínea a) pode responder qualitativamente.

c) Para poder dar uma característica da fibra óptica independente do meio exterior define-se a *Abertura Numérica* (AN) por

$$AN = n_0 \sin \theta_0^{max}$$

Determine AN e confirme que só depende de n_1 e n_2.
d) Considere luz polarizada linearmente, com polarização perpendicular ao plano de incidência, incidindo com $\theta_0 = 30°$ na situação em que $n_0 = 1$, $n_1 = 1.5$ e $n_2 = 1.4$. Calcule a percentagem de energia transmitida através da fibra óptica. Considere que a fibra não tem perdas e que, estando nas condições de transmissão, as únicas perdas são na entrada e saída da fibra.

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)}, \qquad R_{\perp} = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)},$$

Resolução

Outros Problemas

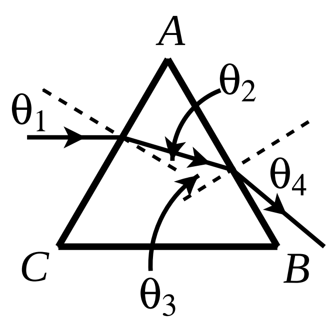
VII.3 3º teste 2004/2005
Considere uma onda plana monocromática com frequência $f = 10^6$ Hz que se propaga no vazio. O campo $\vec{E}$ da onda é dado por

$$\begin{cases} E_x &= 0 \\ E_y &= E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}|\left(\frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}}z\right)\right] \\ E_z &= E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}|\left(\frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}}z\right)\right] \end{cases}$$

com $E_0 = 10^{-1}$ V/m. Determine:

a) A direcção de propagação da onda.
b) O comprimento de onda.
c) A polarização da onda.
d) O valor médio do vector de Poynting.
e) A onda incide na superfície de separação **vazio**($z > 0$)/**vidro**($z < 0$), situada no plano $z = 0$. Escreva o **vector de onda** para a onda transmitida ($n_{\text{vidro}} = 1.5$).

VII.4 1º Exame 2004/2005
Considere o prisma com a secção na forma dum **triângulo equilátero**, como indicado na figura. O prisma está imerso no vazio. Um raio de luz incide na face AC fazendo um ângulo θ_1 com a normal. O raio transmitido é refractado novamente na face AB, saindo do prisma fazendo um ângulo θ_4 com a normal à face AB. Os ângulos θ_2 e θ_3 são os ângulos de refracção e incidência nas faces AC e AB, respectivamnente.



a) Determine sucessivamente a relação entre θ_2 e θ_1, θ_3 e θ_2 e finalmente entre θ_4 e θ_3.

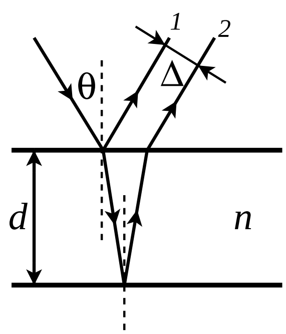
b) Mostre que se tem

$$\sin\theta_4 = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1} - \frac{1}{2}\sin\theta_1$$

c) Considere que o prisma é de vidro e que sobre ele incidem dois raios luminosos, um azul ($n_{\mathrm{azul}} = 1.53$) e outro vermelho ($n_{\mathrm{vermelho}} = 1.51$). O ângulo de incidência é, para os dois raios, $\theta_1 = 40°$. Qual deles, é mais desviado? Qual a diferença dos desvios dos dois raios?
d) Mostre que não há reflexão total em AB, para qualquer ângulo de incidência, se $n < 2/\sqrt{3}$.
e) Verifique que para $n > 2$ há sempre reflexão total em AB.
f) Mostre que para $2/\sqrt{3} < n < 2$ a condição para que não haja reflexão total em AB é

$$\sin\theta_1 > -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{n^2 - 1}$$

VII.5 2º Exame 2004/2005
Considere um raio luminoso propagando-se no vazio que incide sobre uma lâmina de faces paralelas fazendo um ângulo θ com a normal, conforme indicado na figura. A espessura da lâmina é d e o seu índice de refracção n.

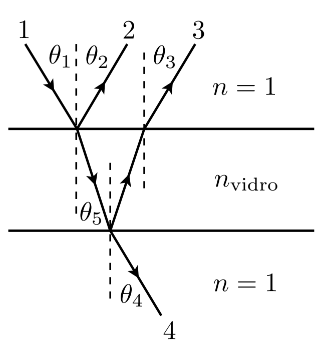


a) Mostre que os raios 1 e 2 são paralelos.
b) Mostre que a separação perpendicular Δ é dada por

$$\Delta = 2d\,\frac{\sin\theta\cos\theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

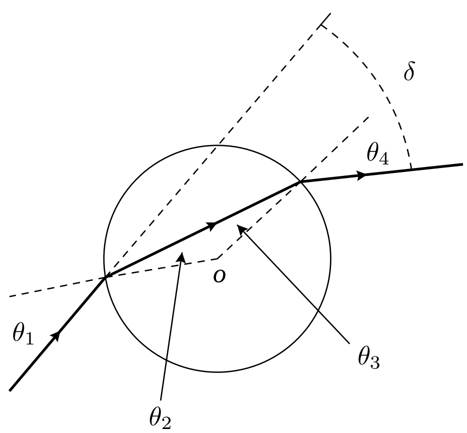
c) Determine o ângulo de incidência $\theta_{\max}$ para o qual a separação Δ é máxima.
d) Mostre que para $n \gg 1$ se tem $\theta_{\max} \to \pi/4$.
e) Encontre a expressão para o comprimento de onda no vazio λ_0, em função de θ, n e d, para o qual as **fases** dos raios 1 e 2 diferem de π e portanto interferem destructivamente.

VII.6 2º exame 2005/2006
Considere uma lâmina de vidro de faces paralelas, imersa no ar que consideramos ter indíce de refração $n = 1$. Sobre essa lâmina incide uma onda com ângulo de incidência θ_1, conforme indicado na figura. Os ângulos dos diferentes raios reflectidos e transmitidos estão também indicados na figura



a) Mostre que o raio incidente 1 é paralelo ao raio transmitido 4 e que os dois raios reflectidos 2 e 3 são paralelos, isto é, $\theta_1 = \theta_4$ e $\theta_2 = \theta_3$.
b) O índice de refracção do vidro depende do comprimento de onda da radiação. Isto quer dizer que cores diferentes são reflectidas e refractadas com ângulos ligeiramente diferentes. Use o resultado da alínea a) para explicar porque é que uma lâmina de faces paralelas não serve para separar a luz branca nas suas componentes monocromáticas.
c) Considere que a percentagem da energia que é reflectida é 15% e é igual em cada uma das superfícies paralelas. Desprezando as reflexões secundárias, determine a percentagem de energia transmitida através da lâmina.

VII.7 2º Exame 2005/2006
Considere um cilindro com índice de refracção n, imerso no vazio. Um raio de luz incide neste cilindro num plano perpendicular ao eixo do cilindro, conforme indicado na figura.



a) Determine sucessivamente a relação entre θ_2 e θ_1, θ_3 e θ_2 e finalmente entre θ_4 e θ_3.
b) Mostre que o ângulo de desvio, δ, obedece a

$$\sin\frac{\delta}{2} = \sin\theta_1 \left[\sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta_1}{n^2}} - \frac{\cos\theta_1}{n}\right]$$

c) Considere que o cilindro é de vidro e que sobre ele incidem dois raios luminosos, um azul ($n_{\mathrm{azul}} = 1.53$) e outro vermelho ($n_{\mathrm{vermelho}} = 1.51$). O ângulo de incidência é, para os dois raios, $\theta_1 = 40°$. Qual deles, é mais desviado? Qual a diferença dos desvios dos dois raios?
d) Mostre que nunca há reflexão total, para qualquer ângulo de incidência $\theta_1 < \frac{\pi}{2}$.
e) Sabendo que a onda incidente tem polarização linear paralela ao plano de incidência, determine a percentagem de energia transmitida através do cilindro para $\theta_1 = 45°$ e $n_{\mathrm{vidro}} = 1.5$. Despreze reflexões múltiplas.

$$R_{\parallel} = \frac{\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)}, \qquad R_{\perp} = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)},$$