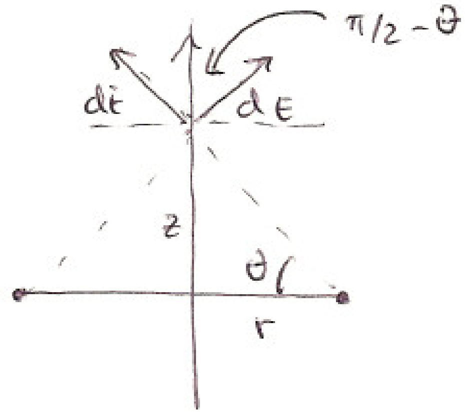
1º Teste EeO — VERSÃO A (3/11/2006)

a) Por razões de simetria o campo no ponto P tem só componente segundo o eixo dos z. Para uma espira:



$$dE_z = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dl}{r^2+z^2} \sin\theta$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(r^2+z^2)^{3/2}}$$

$$E_z = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \oint_{\text{espira}} \frac{z\,dl}{(r^2+z^2)^{3/2}} = \frac{\lambda 2\pi r}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(r^2+z^2)^{3/2}}$$

Espira interior: $r = R$; $\lambda 2\pi R = -Q$

$$E_z^{int} = -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}}$$

Espira exterior: $r = 2R$; $\lambda 2\pi (2R) = +Q$

$$E_z^{ext} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(4R^2+z^2)^{3/2}}$$

Campo total:

$$E_z = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}} + \frac{z}{(4R^2+z^2)^{3/2}}\right]$$

b) Para uma espira de raio r e λ:

$$\phi = \frac{\lambda 2\pi r}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{(r^2+z^2)^{1/2}}$$

Logo

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}} + \frac{1}{\sqrt{4R^2+z^2}}\right]$$

c) $z \gg R$

$$\phi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{z}\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{R}{z}\right)^2}} + \frac{1}{z}\frac{1}{\sqrt{1+4\left(\frac{R}{z}\right)^2}}\right]$$

$$\simeq \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z}\left[-\left(1-\frac{1}{2}\left(\frac{R}{z}\right)^2\right)+\left(1-\frac{1}{2}4\left(\frac{R}{z}\right)^2\right)+\dots\right]$$

$$\simeq \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{z}\left(-\frac{3}{2}\right)\frac{R^2}{z^2} + \dots$$

$$= -\frac{3}{2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{R^2}{z^3} + \dots$$

d) $\vec{p} = 0$

1ª maneira: de c) vê-se que o termo proporcional a $\frac{1}{z^2}$ é nulo

2ª maneira: Da definição $\vec{p} = \sum_i q_i \vec{r}_i$ vê-se que na origem as contribuições de cada espira se anulam

1º teste teo - VERSÃO E (3/11/2006) ①

O teste é igual ao Ⓐ. Soluções:

a) $$E_z = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{z}{(R^2+z^2)^{3/2}} - \frac{z}{(9R^2+z^2)^{3/2}}\right]$$

b) $$\phi = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{R^2+z^2}} - \frac{1}{\sqrt{9R^2+z^2}}\right]$$

c) $$\phi \simeq 4\,\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{R^2}{z^3} + \ldots$$

d) $$\vec{p} = 0$$