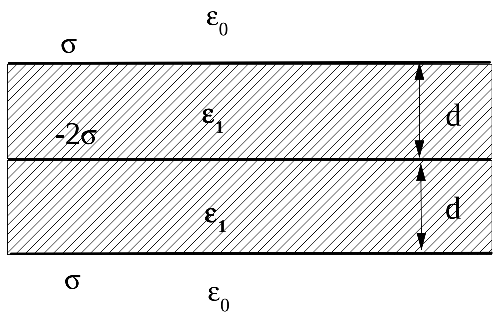
Dieléctricos e Energia

Problemas Resolvidos

III.1 1º teste 2004/2005
Considere o sistema de 3 planos infinitos paralelos com as densidades de carga indicadas na figura. A distância entre os planos é d e a constante dieléctrica é $\varepsilon_1 = 2\varepsilon_0$.



a) Calcule $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$ em todos os pontos do espaço.

b) Calcule a diferença de potencial entre o plano superior e o do meio.

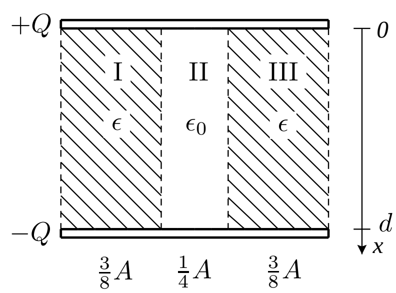
c) Verifique a relação de descontinuidade para o vector $\vec{D}$ no plano superior.

d) Determine as cargas de polarização junto ao plano superior. **Nota:** As cargas de polarização na superfície dos dieléctricos são dadas por,

$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

Resolução

III.2 1º teste 2005/2006
Considere o condensador plano representado na figura. Os planos condutores têm carga $+Q$ e $-Q$, respectivamente, e área A. No espaço entre os condutores estão duas lâminas dieléctricas de espessura d e permitividade ϵ que preenchem o condensador duma forma simétrica deixando um espaço vazio entre elas. As áreas dos dieléctricos em contacto com os condutores e do espaço entre eles estão indicadas na figura. Considere que as dimensões são tais que pode fazer a aproximação de considerar os planos infinitos.



a) Determine os campo $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$ em todos os pontos do espaço.

b) Calcule a diferença de potencial entre os dois condutores.

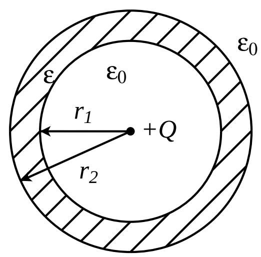
c) Determine a densidade de carga de polarização, σ', na superfície superior do dieléctrico na região **I**.

d) Determine a função potencial $\phi(x)$ na região **I**, para $0 < x < d$, admitindo que $\phi(d) = 0$. Como seria nas outras regiões? Justifique.

Resolução

III.3 1º teste 2004/2005

Um dieléctrico de constante dielétrica ε **preenche o espaço** entre **duas superfícies esféricas** de raios r_1 e r_2 conforme indicado na figura. No centro das superfícies esféricas está colocada uma carga pontual de valor $+Q$. O espaço interior e exterior ao condutor é o vazio (constante ε_0).



a) Determine os campos $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$, em todos os pontos do espaço, $0 < r < \infty$.

b) Calcule as cargas de polarização nas superfícies do dieléctrico. **Nota:** As cargas de polarização na superfície dos dieléctricos são dadas por,

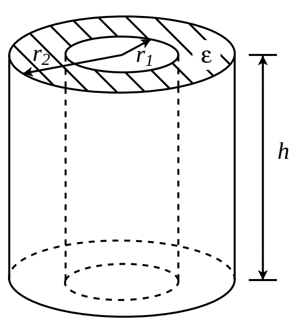
$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

c) Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ com r para $0 < r < \infty$.

Resolução

III.4 1º teste 2004/2005

Considere um cilindro **infinito** de raio r_1 carregado com uma densidade de carga constante $\rho > 0$. A envolver o cilindro, entre os raios r_1 e r_2, encontra-se um material dieléctrico de constante dieléctrica $\varepsilon = 2\varepsilon_0$. Na figura encontra-se representada (para efeitos de visualização) uma secção de altura h deste **conjunto de altura infinita**.



a) Determine os campo $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$ em todos os pontos do espaço entre $0 < r < \infty$.

b) Determine as densidades de carga de polarização σ' nas superfícies interior ($r = r_1$) e exterior ($r = r_2$) do material dieléctrico. **Nota:** As cargas de polarização na superfície dos dieléctricos são dadas por,

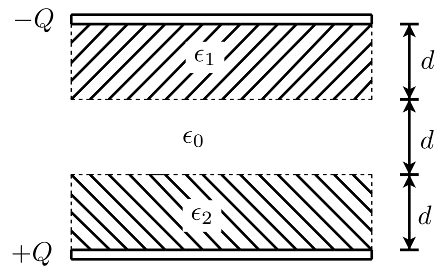
$$\sigma' = \vec{P} \cdot \vec{n}$$

c) Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ com r para $0 < r < \infty$.

Resolução

Problemas com solução

III.5 1º teste 2005/2006
Considere o condensador plano representado na figura. Os planos condutores têm carga $+Q$ e $-Q$, respectivamente, e área A. No espaço entre os condutores estão duas lâminas dieléctricas de espessura d e permitividades ϵ_1 e ϵ_2, conforme indicado na figura. Entre elas há um espaço vazio, também de espessura d. Considere que as dimensões são tais que pode fazer a aproximação de considerar os planos infinitos.



a) Determine os campo $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$ em todos os pontos do espaço.

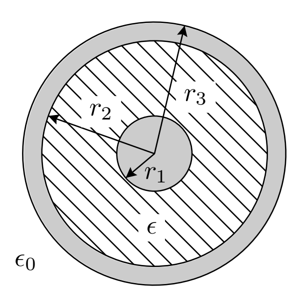
b) Calcule a diferença de potencial entre os dois condutores.

c) Determine a capacidade do condensador.

d) Determine a densidade de carga de polarização σ' na superfície inferior da lâmina dieléctrica superior. Relacione a discontinuidade da componente normal de $\vec{E}$ nessa superfície com a carga de polarização σ'.

Solução

III.6 1º teste 2005/2006
Considere dois **condutores esféricos**, concêntricos com a geometria indicada na figura. O condutor interior tem carga total $q_1 > 0$ e o condutor exterior está ao potencial ϕ_2. Sabe-se que ϕ_2 é inferior ao potencial do condutor interior. O espaço entre os condutores está preenchido com um dieléctrico linear, homogéneo e isótropo de permitividade ϵ.



Calcular:

a) O campo eléctrico e o potencial no exterior do sistema em função de q_1 e ϕ_2.

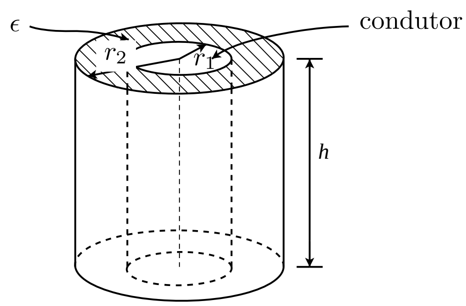
b) O campo eléctrico e o potencial electrostático no espaço entre os condutores.

c) A densidade de carga de polarização na superfície interior do dieléctrico ($r = r_1$). Determine também a densidade de carga livre na superfície do condutor interior. Relacione estas duas densidades com a discontinuidade da componente normal do vector $\vec{E}$ em $r = r_1$.

d) Faça um gráfico aproximado do campo eléctrico e do potencial para $0 < r < \infty$.

Solução

III.7 1º teste 2005/2006
Considere um **condutor cilíndrico infinito** de raio r_1. Envolvendo o condutor, entre os raios r_1 e r_2, existe um dieléctrico linear, homógeneo e isótropo de permitividade ϵ, conforme indicado na figura. O condutor está carregado com densidade de carga uniforme $\lambda > 0$. Na figura encontra-se representada (para efeitos de visualização) uma secção de altura h deste **conjunto de altura infinita**.



a) Determine o campo $\vec{E}$ em todos os pontos do espaço entre $0 < r < \infty$, onde r é a distância ao eixo.

b) Considere que o condutor está ao potencial zero. Determine o potencial electrostático em todos os pontos do espaço entre $0 < r < \infty$.

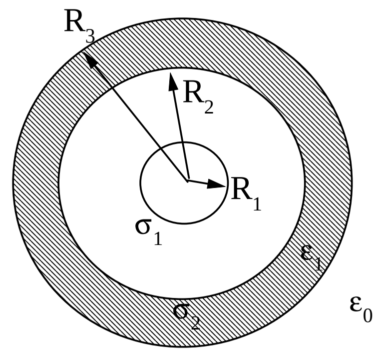
c) Determine as densidades de carga livre σ_1 na superfície ($r = r_1$) do condutor e a densidade de carga de polarização σ_1' na superfícies interior ($r = r_1$) do dieléctrico. Verifique a discontinuidade da componente normal de $\vec{D}$ na superfície $r = r_1$.

d) Faça um gráfico aproximado da variação de $|\vec{E}|$ e ϕ com r para $0 < r < \infty$.

Solução

Outros Problemas

III.8 1º teste 2003/2004
Considere três *superfícies* esféricas e concêntricas, de raios R_1, R_2 e R_3, $R_1 < R_2 < R_3$. O espaço entre as superfícies de raios R_2 e R_3 está preenchido por um dieléctrico de constante ε_1. As superfícies de raios R_1 e R_2 estão electrizadas em superfície com densidades superficiais de carga σ_1 e $\sigma_2 = -\sigma_1$, respectivamente, encontrando-se a superfície de raio R_3 descarregada.



Calcule:

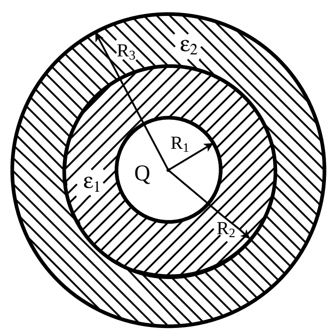
a) Os campo $\vec{D}$, $\vec{E}$ e $\vec{P}$ em todos os pontos do espaço;

b) o potencial sobre a superfície de raio R_2 (considere $\phi(\infty = 0)$);

c) a densidade de carga de polarização σ' junto à superfície de raio R_2;

d) qual deverá ser a densidade superficial de carga σ_3 na superfície de raio R_3, de modo a que a força eléctrica que actua numa arga Q situada em $r = 2R_3$ seja nula.

III.9 1º teste 2003/2004
Considere um **condutor** esférico de raio R_1 carregado com carga $Q > 0$. Envolvendo este condutor estão duas camadas de dielétricos. Conforme indicado na figura, a primeira ocupa o espaço $R_1 < r < R_2$ e tem constante dielétrica ε_1. A segunda ocupa o espaço $R_2 < r < R_3$ e tem constante dielétrica ε_2



1. Determine os campos vectoriais $\vec{D}, \vec{E}, \vec{P}$ em todo o espaço, $0 < r < \infty$.
2. Determine o potencial electrostático em todo o espaço, $0 < r < \infty$.
3. Determine as cargas de polarização nos dois dieléctricos.
4. Faça um gráfico com a variação de $|\vec{E}|$ com r.