3º Teste – B EeO 6/6/06

a) Como $|\vec{v}| = \frac{\omega}{|\vec{k}|} = 2\times10^8\ m/s$, obtemos para o índice de refracção,

$$\boxed{n = \frac{c}{v} = 1.5}$$

b) $k_x = |\vec{k}|\frac{1}{\sqrt{3}}$; $k_y = -|\vec{k}|\frac{1}{\sqrt{3}}$; $k_z = |\vec{k}|\frac{1}{\sqrt{3}}$, logo $|\vec{k}|$ é de facto o módulo do $\vec{k}$ e obtemos

$$\boxed{\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_x - \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_y + \frac{1}{\sqrt{3}}\vec{e}_z} \qquad |\vec{n}| = 1$$

c) Para termos uma onda transversal devemos ter $\boxed{\vec{n}\cdot\vec{H} = 0}$

Logo

$$\frac{1}{\sqrt{3}}H_x + 0 + \frac{1}{\sqrt{3}}H_z = 0$$

ou seja

$$\cos[\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r}] = -\cos[\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \alpha]$$

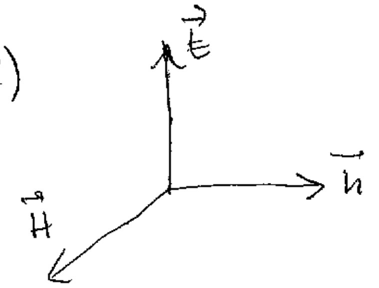
Donde

$$\boxed{\alpha = \pi \quad (+2k\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z})}$$

d) $\begin{cases} H_x = H_0 \cos[\cdots] \\ H_y = 0 \\ H_z = -H_0\cos[\cdots] \end{cases} \Rightarrow \boxed{H_z = -H_x} \leftarrow$ linear

As duas componentes em fase, logo a polarização é linear.

e)



$$\boxed{\vec{E} = Z\ \vec{H} \times \vec{n}}$$

$$Z = \frac{Z_0}{n}$$

$$\vec{H} \times \vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ H_x & 0 & H_z \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} H_z \vec{e}_x + \frac{1}{\sqrt{3}} (H_x - H_z) \vec{e}_y - \frac{1}{\sqrt{3}} H_x \vec{e}_z$$

$$\begin{cases} E_x = -E_0 \cos[\cdots] \\ E_y = -2E_0 \cos[\cdots] \\ E_z = -E_0 \cos[\cdots] \end{cases}$$

Nota 1: $\boxed{\vec{n} \cdot \vec{E} = 0}$

Con

$$E_0 = \frac{1}{\sqrt{3}} H_0 \frac{Z_0}{n} = 1.45 \times 10^{-1}\ V/m$$

Nota 2:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \begin{vmatrix} \vec{e}_x & \vec{e}_y & \vec{e}_z \\ -E_0 & -2E_0 & -E_0 \\ H_0 & 0 & -H_0 \end{vmatrix} \cos^2[\cdots]$$

$$= \left(2H_0 E_0 \vec{e}_x - 2H_0 E_0 \vec{e}_y + 2H_0 E_0 \vec{e}_z \right) \cos^2[\cdots]$$

$$= 2 H_0 E_0 \sqrt{3} \cos^2[\cdots]\ \vec{n}$$

e pertanto $\vec{S} \parallel \vec{n}$.