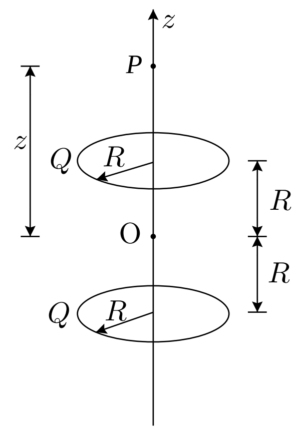
Exame de Electromagnetismo e Optica

Cursos de Eng. Física Tecnológica e Eng. Aeropespacial

2ª Época – 11/7/2006

I (1+1+1+1+0.5=4.5 valores)



Considere duas espiras circulares de raio R dispostas como indicado na figura. As espiras estão carregadas uniformemente com carga total Q. Os seus centros estão sobre o eixo do z em $z = \pm R$.

a) Determine o potencial electrostático num ponto P situado no eixo dos z à distância z da origem.

b) Determine o campo $\vec{E}$ no mesmo ponto P.

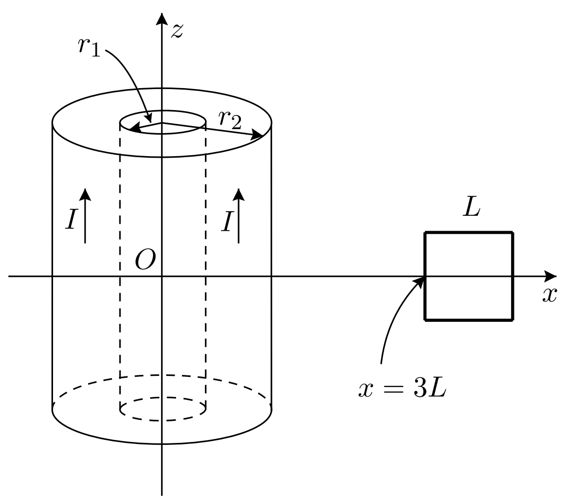
c) Considere agora que $z \gg R$. Determine $\phi(z)$ nessa aproximação. Interprete o resultado obtido.

d) Considere agora que $z \ll R$. Encontre uma expressão aproximada para $\vec{E}$ nestas condições.

e) O que aconteceria a uma carga teste, que se pudesse só mover sobre o eixo dos z, quando colocada a uma distância $z \ll R$ da origem? Mesmo que não tenha respondido à alínea d) pode responder qualitativamente.

Nota: Para as alíneas c) e d) podem ser úteis os desenvolvimentos em série dados no final do enunciado.

II (1+1+0.5+1+1=4.5 valores)



Considere um condutor cilíndrico **infinito** de raio interior r_1, e raio exterior r_2, percorrido por uma corrente I **uniformemente** distribuída pela secção, e com o sentido indicado. Sobre o plano xOz a uma distância $3L$ do eixo dos z encontra-se uma espira quadrada de resistência R e lado L, conforme indicado na figura.

a) Descreva as linhas de força do campo $\vec{B}$. Calcule $\vec{B}$ num ponto genérico $P(x, z)$ do plano xOz para $x > 0$ (considere pontos dentro e fora do cilindro).

b) Calcule o fluxo através da espira.

c) Suponha agora que $I = I_0 \cos \omega t$ (admita a hipótese quase-estacionária). Calcule o fluxo através da espira quadrada.

d) Calcule a f.e.m. $\mathcal{E}$ induzida na espira nas condições da alínea anterior.

e) Se a espira tiver resistência R determine a corrente induzida e discuta o seu sentido para $0 < \omega t < \pi/2$.

III (1+0.5+1+1+1=4.5 valores)

Considere uma onda plana monocromática com frequência $f = 10^6$ Hz que se propaga no vazio. O campo $\vec{E}$ da onda é dado por

$$\begin{cases} E_x & = E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y\right)\right] \\ E_y & = -E_0 \sin\left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y\right)\right] \\ E_x & = 0 \end{cases}$$

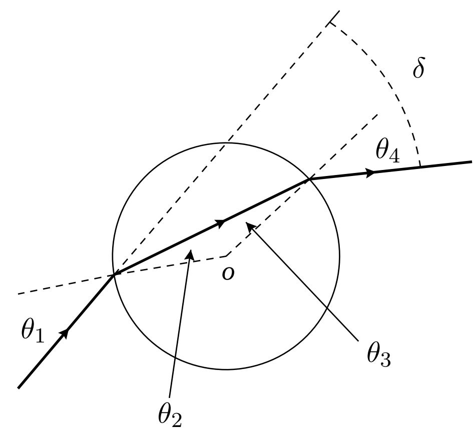
com $E_0 = 10^{-1}\ V/m$. Determine:

a) A direcção de propagação da onda.

b) O comprimento de onda.
c) A polarização da onda.
d) O valor médio do vector de Poynting.
e) A onda incide na superfície de separação **vazio**$(y<0)$/**vidro**$(y>0)$, situada no plano $y=0$. Escreva o **vector de onda** para a onda transmitida ($n_{\text{vidro}}=1.5$).

IV (1+1+1+0.5+1=4.5 valores)

Considere um cilindro com índice de refracção n, imerso no vazio. Um raio de luz incide neste cilindro num plano perpendicular ao eixo do cilindro, conforme indicado na figura.



a) Determine sucessivamente a relação entre θ_2 e θ_1, θ_3 e θ_2 e finalmente entre θ_4 e θ_3.
b) Mostre que o ângulo de desvio, δ, obedece a

$$\sin\frac{\delta}{2}=\sin\theta_1\left[\sqrt{1-\frac{\sin^2\theta_1}{n^2}}-\frac{\cos\theta_1}{n}\right]$$

c) Considere que o cilindro é de vidro e que sobre ele incidem dois raios luminosos, um azul ($n_{\text{azul}}=1.53$) e outro vermelho ($n_{\text{vermelho}}=1.51$). O ângulo de incidência é, para os dois raios, $\theta_1=40°$. Qual deles, é mais desviado? Qual a diferença dos desvios dos dois raios?
d) Mostre que nunca há reflexão total, para qualquer ângulo de incidência $\theta_1<\frac{\pi}{2}$.
e) Sabendo que a onda incidente tem polarização linear paralela ao plano de incidência, determine a percentagem de energia transmitida através do cilindro para $\theta_1=45°$ e $n_{\text{vidro}}=1.5$. Despreze reflexões múltiplas.

V (2 valores)

Explique quais as condiçoes para haver reflexão total e o que é o ângulo de Brewster i_B. Mostre que, nas condições em que os dois fenómenos ocorrem, se tem sempre $i_B<i_c$, onde i_c é o ângulo crítico de reflexão total.

Constantes e Fórmulas

$$c=3\times10^8\ \text{m/s}\ ;\ \varepsilon_0=8.85\times10^{-12}\text{F/m}\ ;\ \mu_0=4\pi\times10^{-7}\text{H/m}\ ;\ Z_0=\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}=376.8\Omega$$

$$R_\parallel=\frac{\tan^2(i-r)}{\tan^2(i+r)},\qquad R_\perp=\frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)},$$

Seja $\alpha>0$. Então:

$$x\ll\alpha\Longrightarrow\quad\frac{x\pm\alpha}{\left[(x\pm\alpha)^2+\alpha^2\right]^{3/2}}\simeq\frac{1}{2\sqrt{2}\alpha^2}\left[\pm1-\frac{1}{2}\frac{x}{\alpha}\mp\frac{3}{8}\left(\frac{x}{\alpha}\right)^2+\cdots\right]$$

$$\alpha\ll x\Longrightarrow\quad\frac{1}{\left[(x\pm\alpha)^2+\alpha^2\right]^{1/2}}\simeq\frac{1}{x}\left[1\mp\frac{\alpha}{x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\alpha}{x}\right)^2+\cdots\right]$$