

# Medição de Tensões e Correntes Eléctricas.

## Leis de Ohm e de Kirchoff

### 1. Objectivo:

Aprender a medir tensões e correntes eléctricas com um osciloscópio e um multímetro digital. Conceito de resistência interna de um multímetro e de um osciloscópio. Medição de grandezas AC e DC. Verificação experimental das leis de Kirchoff.

### 2. Introdução:

#### 2.1. Medição de Tensões e Correntes Eléctricas

O multímetro digital que vai utilizar pode realizar diferentes funções, nomeadamente:

- . Determinação de tensões contínuas (DC).
- . Determinação de tensões alternadas (AC).
- . Determinação de correntes DC.
- . Determinação de correntes AC.
- . Medição de resistências.

Uma grandeza contínua (DC) é constante no tempo. Uma grandeza alternada (AC) varia no tempo, assumindo a forma (sinusoidal):

$$g(t) = G_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

$G_0$  é uma constante (amplitude),  $\omega$  é a frequência angular ( $\omega=2\pi f$ , em que  $f$  é a frequência,  $f=1/T$ ) e  $\alpha$  é a fase inicial (outra constante, que depende da situação em  $t=0$ ). Definem-se ainda a amplitude pico-a-pico,  $G_{pp}=2G_0$  e eficaz (ou RMS, de *Root Mean Square*)  $G_{\text{eff}}=G_0/\sqrt{2}$ .

O esquema da Fig. 1 mostra como montar a resistência de teste para medidas de tensão, corrente e resistência. No caso da medição da resistência, na realidade o multímetro está a impor uma determinada corrente à resistência, medindo a tensão resultante, e determinando o valor da resistência utilizando a Lei de Ohm:

$$R = \frac{V}{I}$$

Para medir uma tensão AC ou DC através de uma resistência coloque o multímetro no modo respectivo, e ligue a resistência em paralelo aos terminais do multímetro (Fig.1a).

Para medir uma corrente AC ou DC através de uma resistência coloque o multímetro no modo respectivo, e ligue a resistência em série com o multímetro (Fig. 1 b ).

Para medir uma resistência coloque o multímetro no modo respectivo, e ligue-a diretamente aos terminais do multímetro (Fig. 1c). Nota: Antes de utilizar qualquer função, verifique que o multímetro mede zero quando curto-circuitado.

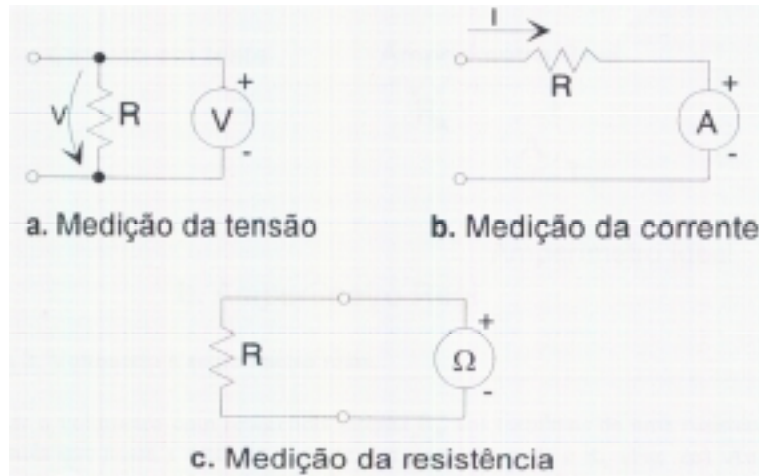


Figura 1: Esquemas de montagem para medições de tensão, corrente e resistência.

Quando utilizamos um multímetro no laboratório, assumimos frequentemente que se trata de um instrumento ideal, ou seja, que o aparelho de medida não tem qualquer influência sobre o circuito. Assim, um voltímetro ideal tem resistência interna infinita, de forma a não desviar corrente do circuito, e um amperímetro ideal tem uma resistência interna nula, de forma a não haver queda de tensão no seu interior devido à passagem da corrente. Isto não é verdade, pois um voltímetro ou amperímetro reais tem resistências internas finitas e bem determinadas. Na Fig. 2 estão representados esquematicamente um voltímetro e um amperímetro reais.

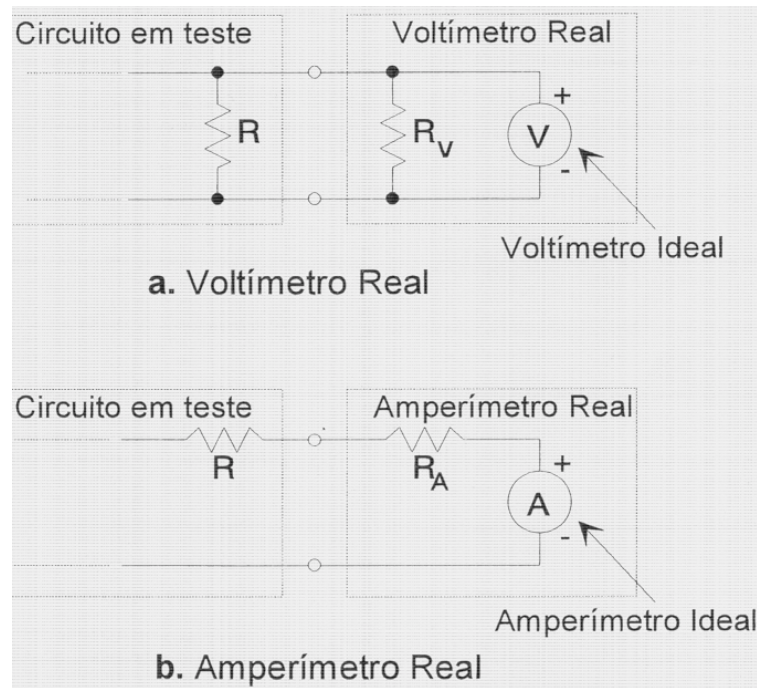


Figura 2: Voltímetro e amperímetro reais.

Ao ligar o voltímetro com resistência interna  $R_v$  aos terminais de uma resistência  $R$  a resistência que passa a estar no circuito é o paralelo de  $R$  e  $R_v$  (Fig. 2a). Ao ligar o amperímetro com resistência interna  $R_a$  a um circuito em série com uma resistência  $R$  a resistência que passa a estar no circuito é a série de  $R$  e  $R_a$  (Fig. 2b).

## 2.2. Leis de Ohm e de Kirchoff

### 2.2.1. Lei de Ohm

A lei de Ohm relaciona a tensão aos terminais de um circuito resistivo com a corrente eléctrica que passa no circuito:

$$V = RI ,$$

em que  $R$  é uma constante designada por **resistência**.

### 2.2.2. Leis de Kirchoff

As leis de Kirchoff são duas: lei dos nós e lei das malhas.

A lei dos nós afirma que a soma das correntes que chegam a um dado ponto de um circuito é igual à soma das correntes que dele partem, ou seja, que a soma algébrica das correntes em um ponto do circuito é nula:

$$\sum_i I_i = 0$$

A lei das malhas afirma que a soma algébrica das tensões em uma malha fechada é nula:

$$\sum_i V_i = 0$$

## 2.3. Exemplos e Casos Particulares

### 2.3.1. Resistências em paralelo

A Fig. 3 mostra um circuito com uma fonte de tensão ( $V$ ) e duas resistências  $R_1$  e  $R_2$  ligadas em paralelo. Se quisermos substituí-las por uma resistência  $R$  que obrigue a fonte a fornecer a mesma corrente, sabemos que:

$$V = RI$$

Por outro lado, sabemos que:

$$V_1 = V_2 = V$$

e que:

$$V_1 = V = R_1 I_1 \quad \text{e} \quad V_2 = V = R_2 I_2$$

Pela lei dos nós:

$$I_1 + I_2 = I$$

Substituindo as correntes, utilizando a lei de Ohm:

$$\frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} = \frac{V}{R}$$

Simplificando:

$$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{R}$$

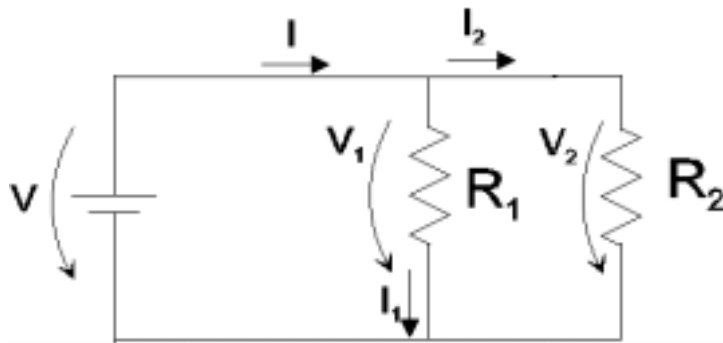


Fig. 3: Resistências em paralelo

### 2.3.2. Resistências em série

A Fig. 4 mostra um circuito com uma fonte de tensão ( $V$ ) e duas resistências  $R_1$  e  $R_2$  ligadas em série. Se quisermos substituí-las por uma resistência  $R$  que obrigue a fonte a fornecer a mesma corrente, sabemos que:

$$V = RI$$

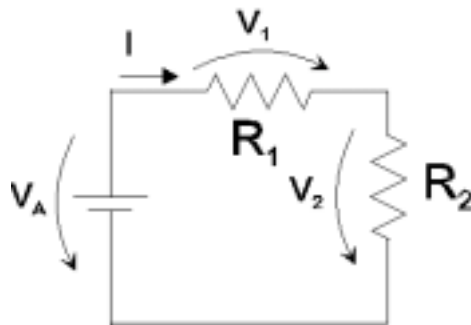


Figura 4: Resistências ligadas em série.

Por outro lado, sabemos que:

$$I_1 = I_2 = I$$

e que:

$$V_1 = R_1 I \quad \text{e} \quad V_2 = R_2 I$$

Pela lei das malhas:

$$V_1 + V_2 - V = 0 \Leftrightarrow V_1 + V_2 = V$$

Substituindo as correntes, utilizando a lei de Ohm:

$$R_1 I + R_2 I = RI$$

Simplificando:

$$R_1 + R_2 = R$$

### 2.3.3. Divisor de Tensão

No circuito da Fig. 4 podemos determinar a tensão  $V_2$  aos terminais da resistência  $R_2$ . Mais uma vez, pela lei de Ohm:

$$V_2 = R_2 I$$

Por outro lado, e utilizando o resultado obtido no ponto anterior, sabemos que:

$$I = \frac{V}{(R_1 + R_2)}$$

Substituindo:

$$V_2 = V \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$$

### 2.3.4. Duas malhas

A Fig. 5 mostra duas malhas que incluem duas fontes de tensão. Vejamos como podemos determinar, por exemplo, as correntes  $I_1$  e  $I_5$  que passam, respectivamente, pelas resistências  $R_1$  e  $R_3$  (ver Fig.).

A lei dos nós diz-nos que:

$$I_1 + I_2 = I_3$$

A lei das malhas diz-nos que (escolhendo circular nas malhas da esquerda e da direita no sentido dos ponteiros do relógio):

$$-V_A - V_2 + V_1 = 0$$

e

$$V_3 + V_4 + V_2 = 0$$

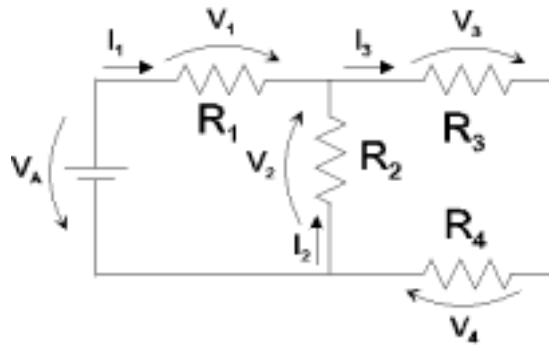


Figura 5: Circuito com duas malhas para exemplificar a aplicação das leis de Kirchoff.

Usando a lei de Ohm fica:

$$V_A + R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0$$

e

$$R_3 I_3 + R_4 I_3 + R_2 I_2 = 0$$

Portanto, ficamos com um sistema de 3 equações lineares em que as incógnitas são as correntes:

$$\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ V_A + R_2 I_2 - R_1 I_1 = 0 \\ R_3 I_3 + R_4 I_3 + R_2 I_2 = 0 \end{cases}$$

que pode ser facilmente resolvido.

### 3. Equipamento:

1. Multímetro Digital
2. Osciloscópio
3. Fonte de tensão/corrente regulável
4. Gerador de sinais
5. Resistências diversas
6. Breadboard

## 4. Procedimento experimental:

### 4.1. Medição de tensões AC

Ligue o gerador de sinais a uma resistência de  $4.7k\Omega$ . Ligue o osciloscópio aos terminais da resistência (**ATENÇÃO**: assegure-se de que liga as terras de ambos uma à outra, senão poderá avariar o gerador de funções!) Utilize o gerador de sinais para produzir um sinal sinusoidal de 1kHz com uma amplitude de 6V pico-a-pico ( $V_{pp}=6V$ ). Prepare o multímetro para medir Volts AC e meça aos terminais da resistência. Note que o multímetro não mede uma tensão pico-a-pico ( $V_{pp}$ ) mas sim uma tensão eficaz. Compare os valores obtidos e verifique se são compatíveis.

### 4.2. Medição directa de Resistências

Meça directamente utilizando o multímetro (no modo ohmímetro) as quatro resistências que lhe foram fornecidas (depois de montadas no *breadboard*). Quando a diferença entre o valor medido e o valor nominal não for coberta pela tolerância, tente encontrar uma justificação.

### 4.3. Medição da curva tensão vs. corrente para uma Resistência

Monte o circuito da Fig. 7. Para  $R=1\Omega$  meça a tensão  $V$  na resistência para  $I$  variando de 0 a 1A em intervalos de 0.1A. Determine, por regressão linear (traçando o gráfico respectivo), o valor experimental de  $R$  ( $R$  é o declive da recta).

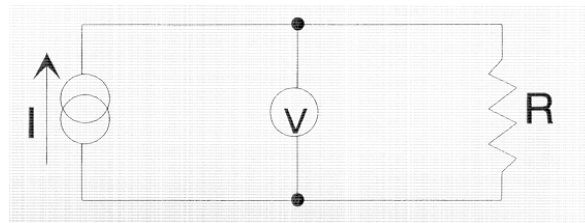


Figura 7: Montagem para medição indirecta da resistência.

### 4.4. Divisor de tensão

Monte o circuito da Fig. 8 (divisor de tensão), utilizando duas resistências  $R_1=R_2=4.7k\Omega$ .

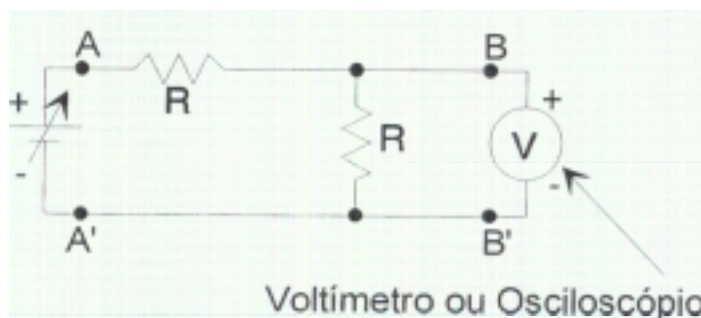


Figura 8: Montagem para medições no divisor de tensão.



Alimente o circuito com uma tensão de 6.0V. Meça as tensões AA' e BB'. Repita estas medidas utilizando o osciloscópio em vez do multímetro digital (Nota: neste caso o osciloscópio só mostra uma variação do sinal DC pois não ha nenhum sinal AC introduzido). Mude agora para resistências  $R_1=R_2=3.3M\Omega$ . Repita as medições efectuadas anteriormente. Atenção: as medidas de tensão devem ser feitas com precisão superior à centésima de volt!

Justifique os resultados, verificando se os valores medidos correspondem ao esperado.

$$R_{i\text{Multímetro}}=10M\Omega;$$

$$R_{i\text{Osciloscópio}}=1M\Omega$$

#### 4.5. Leis de Kirchoff

Monte o circuito da Fig. 5. Regule a fonte DC para aplicar ao circuito uma tensão de 4.0V (verifique com o multímetro). Meça as tensões nas resistências  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  e  $R_4$  (cuidado com os sinais!). Calcule as correntes respectivas a partir das tensões medidas utilizando a lei de Ohm. Verifique experimentalmente a lei das malhas na malha da esquerda e na malha da direita. Verifique ainda a lei dos nós em ambos os nós com três ramos.

$$R_1= 4.7 \text{ k}\Omega$$

$$R_2= 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_3= 3.3 \text{ k}\Omega$$

$$R_4= 4.7 \text{ k}\Omega$$