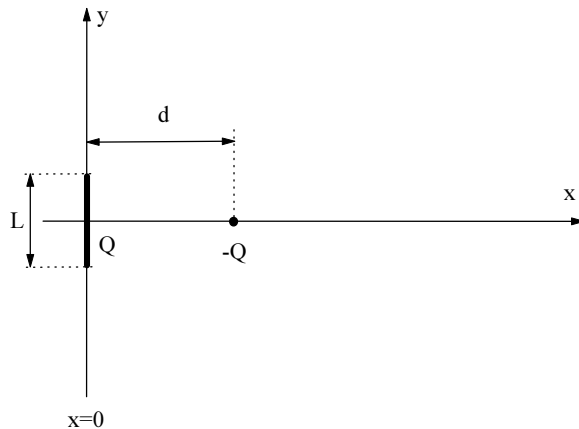


Exame de Electromagnetismo e Óptica
Cursos de Química e Eng. Química -26/1/2004

I (4.5 valores)

Considere uma barra de comprimento L , uniformemente eletrizada com carga total Q , alinhada com o eixo dos yy e centrada na origem. Suponha ainda que em $x = d \gg L$ existe uma carga pontual $-Q$. Determine:

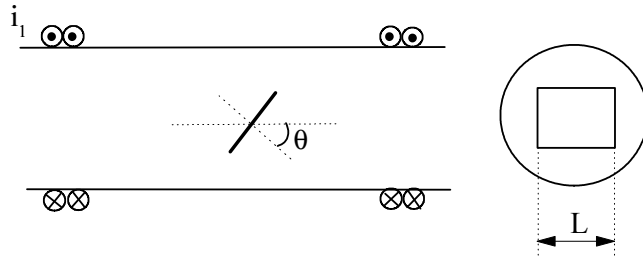
- a) O campo electrostático criado pela barra eletrizada no semieixo positivo dos xx .
- b) A expressão aproximada do campo electrostático criado pela barra no semieixo positivo dos xx para $x \gg L$. Comente o resultado.
- c) O potencial electrostático total no semieixo positivo dos xx para $x > d$, admitindo $\phi(\infty) = 0$. [Note que se encontra nas condições da alínea b)].
- d) O trabalho que é necessário realizar para transportar uma carga q desde $x_1 = 2d$ até $x_2 = \infty$.
- e) A expressão aproximada do potencial electrostático total no semieixo positivo dos xx para $x \gg d$. Comente o resultado.



II (4 valores)

Considere um solenóide infinito, com n_1 espiras por unidade de comprimento percorridas por uma corrente estacionária i_1 , no interior do qual se encontra uma espira quadrada de lado L e resistência eléctrica R , que faz um ângulo θ com o eixo do solenóide (ver figura). Determine:

- a) O campo magnético \vec{B} criado pelo solenóide no seu interior (justifique todos os cálculos que efectuar);
- b) O coeficiente de indução mútua entre a solenóide e a espira.
- c) A corrente induzida na espira, supondo que i_1 varia no tempo de acordo com $i_1 = i_0(1 + 1/t)$, e indique graficamente o seu sentido.



III (4.5 valores)

Considere uma onda plana monocromática com frequência $f = 10^3$ Hz que se propaga no vazio. O campo \vec{E} da onda é dado por

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = E_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}}z \right) \right] \\ E_z = E_0 \cos \left[\omega t - |\vec{k}| \left(\frac{1}{\sqrt{2}}y - \frac{1}{\sqrt{2}}z \right) \right] \end{cases}$$

com $E_0 = 10^{-3}$ V/m. Determine:

- A direcção de propagação da onda.
- O comprimento de onda.
- A polarização da onda.
- O vector de Poynting (valor instantâneo $\vec{S}(x, y, z, t)$).
- A onda incide na superfície de separação **vazio** ($z > 0$)/**vidro** ($z < 0$), situada no plano $z = 0$. Escreva o vector de onda para as ondas reflectida e transmitida ($n_{\text{vidro}} = 1.5$).

IV (5 valores)

Seja um electrão no poço de potencial $V = 0$ para $0 < x < a$ e $V = \infty$ para $x < 0$ e $x > a$. Como sabe, as funções próprias do operador hamiltoniano H (i.e. da energia) são:

$$\chi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \left(\frac{n\pi}{a}x \right) \quad , \quad E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma^2} n^2 .$$

- Suponha que o electrão se encontra no estado

$$\psi_a(x, 0) = \frac{1}{3}\chi_1(x) + A\chi_2(x) + B\chi_3(x)$$

Qual probabilidade de uma medida da energia do sistema dar o valor E_1 ?

- Determine A e B (reais e positivos) sabendo que $\langle E \rangle = \frac{16}{3} E_1$.
- Considere agora o estado

$$\psi_b(x, 0) = C\chi_1(x) + D\chi_2(x)$$

Determine C e D sabendo que $\langle x \rangle = \frac{a}{2} + \frac{8a}{3\sqrt{3}\pi^2}$ e que C e D são reais com $C > 0$.

d) Qual o valor médio do quadrado do momento no estado ψ_b ? Se não resolveu a alínea c) apresente o resultado em função de C e D .

V (2 valores)

Mostre porque é que é que, em Electrostática, um condutor com uma cavidade funciona como um écran eléctrico, isto é, porque é que o efeito dum campo electrostático exterior não se faz sentir no interior da cavidade.

Formulário e Constantes

$$\int \sin^2(y) dy = \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}\sin(2y)$$

$$\int \sin(ny) \sin(my) dy = \frac{1}{2(m-n)} \sin[y(m-n)] - \frac{1}{2(m+n)} \sin[y(m+n)] \quad ; \quad m \neq n$$

$$\int y \sin^2(y) dy = \frac{y^2}{4} - \frac{\cos(2y)}{8} - \frac{y \sin(2y)}{4}$$

$$\int y \sin^2(2y) dy = \frac{y^2}{4} - \frac{\cos(4y)}{32} - \frac{y \sin(4y)}{8}$$

$$\int y \sin(y) \sin(2y) dy = \frac{\cos(y)}{2} - \frac{\cos(3y)}{18} + \frac{y \sin(y)}{2} - \frac{y \sin(3y)}{6}$$

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s} ; \varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m} ; \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m} ; Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 376.8\Omega$$